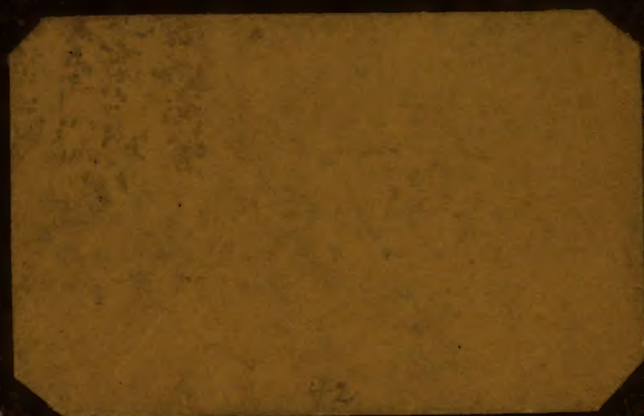


Hasenclever

Die Grundzüge

der

esoterischen Harmonik des Alterthums,

im Anschlusse an die Schrift des Freiherrn A. von Thimus

über

die harmonikale Symbolik des Alterthums,

dargestellt

von

Dr. Richard Hasenclever.

Köln.
Verlag der M. DuMont-Schauberg'schen Buchhandlung.
1870.

... ἢ μαϑεῖν ὅπῃ ἔχει ἢ εὑρεῖν, ἤ, εἰ ταῦτα ἀδύνατον, τὸν γοῦν βέλτιστον τῶν ἀνϑρωπίνων λόγων λαβόντα καὶ δυςελεγκότατον, ἐπὶ τούτου ὀχούμενον, ὥςπερ ἐπὶ σχεδίας κινδυνεύοντα, διαπλεῦσαι τὸν βίον, εἰ μή τις δύναιτο ἀσφαλέστερον καὶ ἀκινδυνότερον ἐπὶ βεβαιοτέρου ὀχήματος ἢ λόγου ϑείου τινὸς διαπορευϑῆναι.

Plat. Phaedon, 85. C.

... man gelangt zur Wahrheit entweder durch Belehrung, oder durch eigene Forschung; oder, wenn dies unmöglich, so muss man sich wenigstens an die beste der menschlichen Lehren, und die am schwersten zu widerlegen ist, halten, und von dieser getragen, wie auf einem Flosse die Fahrt durch's Leben wagen, falls man nicht etwa sicherer und gefahrloser auf einem festeren Fahrzeuge, oder auf einem göttlichen Worte die Reise vollenden kann.





Vorwort.

Der Verfasser dieser Blätter erinnert sich einer Zeit, in welcher deutsche Musikgelehrte unter Kiesewetter's Führung die pythagorischen Grundprincipien einer physikalischen Harmonik geradezu verspotteten und zugleich mathematisch zu erweisen suchten, dass die gleichschwebende Temperatur als das allein rationelle System zur wissenschaftlichen Begründung der Tonverhältnisse angesehen werden müsse. Ob wol die berühmte Abhandlung Böckh's „über die Bildung der Weltseele im Timäus des Plato", welche bereits im Jahre 1807 (*Studien*, herausgegeben von C. Daub und Fr. Creuzer, Bd. III, p. 1) erschien, diesen modernen Aristoxenikern ganz und gar unbekannt geblieben sein mag? Im andern Falle hätten sie sich vielleicht ihre Danaidenarbeit erspart. Allein es galt nun einmal unter den gelehrten Musikern als eben so lächerliches, wie für die Vernunft gefährliches Unternehmen, dem alten Weltweisen in seiner allerdings oft räthselhaften Doctrin nachzugehen und sich in seine, wie es schien, phantastischen Träume verwickeln zu lassen. Was aber der grosse Philologe nicht bewirkt hatte, wurde durch die immer mehr sich verbreitenden Ergebnisse der Akustik endlich dennoch herbeigeführt. Niemand zweifelt heute mehr an der unbedingten Gültigkeit der alten pythagorischen Zahlenverhältnisse für die Berechnung der Intervalle unseres Tonsystemes, und die gleichschwebende Temperatur wird überall als das erkannt, was sie wirklich ist; nämlich, ein allerdings nöthig gewordenes, im Uebrigen aber rein empirisches Hülfsmittel für die praktische Ausübung der Tonkunst. Seitdem nun Helmholz seine Lehre „von den Tonempfindungen" von derselben mathematischen Grundlage aus entwickelt hat, bedarf es für Niemand mehr, wie sonst wol, einer schüchternen Entschuldigung, um auf gleicher Bahn weiter zu gehen. Bedenklicher freilich und schwieriger ist der Weg, wenn die Frage erhoben wird, wie weit denn die alte Lehre selbst auf diesem Felde gekommen sei? Ist Pythagoras bei jenen höchst einfachen Resultaten, die ihm sein Monochord dargeboten, und den zunächst sich anschliessenden Folgerungen für die Construirung eines Tonsystemes stehen geblieben, oder hat sich auch seinem Forschergeiste schon das geheimnissvolle Gebiet der Töne weiter und weiter erschliessen müssen, bis er endlich an jene Grenze gelangte, wo die Ursachen der realen Erscheinungen nur noch aus einem höheren, die rein physischen Bedingungen übersteigenden Principe erfasst und begriffen werden können?

Eine Untersuchung dieser Art ist Gegenstand der Schrift des Freiherrn von Thimus „über die harmonikale Symbolik des Alterthums", in welcher zugleich über die angegebene Frage hinaus der Beweis angetreten wird, dass die pythagorische Lehre in ihrer wahren, esoterischen Gestalt einer noch weit älteren Ueberlieferung ihren Ursprung verdanke.

Der Verfasser hat sich die Lösung seiner Arbeit keineswegs leicht gemacht. Schritt vor Schritt führt er seine Untersuchung mit umsichtiger Benutzung einer reichhaltigen Literatur streng wissenschaftlich durch. Daher ist das Studium des Buches nicht gerade leicht, und dürfte hierin zum Theil wol der Grund dafür zu suchen sein, wenn dasselbe bisher noch nicht in weiteren Kreisen bekannt geworden. Vielleicht wird man den Versuch, das Werk seinem Hauptinhalte nach auch denen näher zu bringen, welchen ein Gegenstand dieser Art ferner liegen möchte, um so nachsichtiger aufnehmen, als die hier behandelten Fragen durch ihren engen Zusammenhang mit einem Zweige der Naturwissenschaft, der sich heute einer so grossen Theilnahme erfreut, ein allgemeineres Interesse zu erregen, wol geeignet scheinen.

Wie aber eine architektonische Zeichnung auf die malerische Wirkung verzichtet, um den innern Znsammenhang eines Bauwerkes desto klarer zu veranschaulichen, so werden auch die folgenden Blätter sich lediglich darauf beschränken, die Ausgangspunkte, die Methode und die wesentlichsten Resultate der weitgreifenden Untersuchung in möglichst einfachen und übersichtlichen Umrissen zusammenzustellen. Man wolle daher nicht etwa einen Auszug im gewohnten Sinne erwarten. Eher möchten wir unsern Versuch als eine Einführung in das Studium der harmonikalen Symbolik angesehen wissen, welche dann freilich, als mehr oder weniger freie Reproduction des Inhaltes, schon wegen des hierdurch bedingten, wenn auch noch so bescheidenen Grades von Selbständigkeit in der Auffassung und Behandlung einzelner Punkte, nur eine relative Authenticität sich beilegen darf.

Die letzten Zwecke und Endziele der Untersuchung konnten nach Massgabe des vorliegenden Materials einstweilen noch nicht im ganzen Umfange ihrer Bedeutung gewürdigt werden. So viel aber wird auch aus diesen Grundzügen schon erkennbar sein, dass hier eine Bahn betreten worden ist, welche in der einmal eingeschlagenen Richtung mit Nothwendigkeit zu jenem Gebiete hinleitet, auf dem die verborgensten Geheimnisse der sichtbaren und unsichtbaren Welt zu allen Zeiten dem denkenden Forscher sich entgegengestellt haben.

Düsseldorf, im März 1870.

Dr. Richard Hasenclever.

Von dem merkwürdigen Buche, dessen Inhalt der folgenden Darstellung zu Grunde liegt, erschien bis jetzt die erste Abtheilung, ein Quartband von XX und 399 Seiten *) mit folgender Ueberschrift:

„Die esoterische Zahlenlehre und Harmonik der Pythagoräer in ihren Beziehungen zu älteren griechischen und morgenländischen Quellen, insbesondere zur altsemitisch-hebräischen Ueberlieferung."

Kein geringeres Ziel hat sich der Verfasser gesteckt, als die so oft versuchte und noch niemals in befriedigender Weise gelungene Aufhellung jener dunkeln Weisheitslehre der Pythagoräer, deren Räthselsprüche, wie sie in einzelnen Bruchstücken bis auf die Gegenwart gekommen sind, trotz der verwerfenden und verspottenden Kritik dennoch zu allen Zeiten die besten Denker durch ihren geheimnissvollen Zauber zu fesseln vermochten. Und nicht allein die Lösung dieser Räthsel, deren wahre Bedeutung von den Eingeweihten der Schule mit ängstlicher Sorgfalt, ja mit absichtlichem Trug vor der Menge verborgen gehalten wurde, wird hier unternommen, sondern auch der Nachweis, dass die Grundlagen des ganzen Systems dieser Lehre in engem Zusammenhange mit weit älteren, sowol griechischen als morgenländischen Quellen stehen, die wiederum alle auf jene ehrwürdigen Urkunden hindeuten, in welchen die älteste und bewährteste Kunde von der Urzeit des Menschengeschlechtes niedergelegt ist.

Hiermit wäre denn der am meisten verbreiteten Schulansicht, welche bekanntlich die Geschichte der Philosophie mit gleichsam dogmatischer Sicherheit bei Thales, also auf dem Boden griechischer Cultur zu beginnen pflegt, offenbar der Krieg erklärt.

Hängt nämlich die pythagorische Lehre nicht nur in ihren Principien, sondern sogar auch in ihrer Methode mit älteren orientalischen Ueberlieferungen so innig zusammen, wie dies in vorliegender Schrift behauptet wird, so ist bei dem anerkannten Einflusse, welchen diese Schule auf die Entwicklung der griechischen Philosophie gehabt hat, der unbedingt autochthone Charakter dieser letzteren schwerlich mehr in dem Masse, wie seither üblich gewesen, aufrecht zu halten.

Werden nun gar, wie hier geschieht, die bestimmenden Grundanschauungen nicht nur pythagorischer Lehre, sondern auch der mit ihr in Verbindung gebrachten Weisheit eines Lao-tseu und seines bekannteren Schülers Confucius auf Aussprüche des Buches Hiob, der Psalmen, der

---

*) Köln, Verlag der M. DuMont-Schauberg'schen Buchhandlung, 1868.

Propheten des alten Bundes bezogen, so dürfte uns nicht Wunder nehmen, wenn eine so kühne Schilderhebung zu Gunsten halb verschollener Traditionen von Seiten der Kritik mit grosser Entschiedenheit zurückgewiesen würde.

Gleichwol hat bis jetzt, nachdem das Werk bald zwei Jahre lang vorliegt, keiner unserer Fachgelehrten dasselbe einer technisch auf seinen Inhalt eingehenden Besprechung unterzogen. *)

Bei der hohen Wichtigkeit der hier behandelten Fragen für die gesammte Culturgeschichte des Alterthums, für welche eine fast drittehalbtausendjährige Literatur Zeugniss ablegt, und welche in unseren Tagen durch die umfassenden Arbeiten eines Böckh und Brandis einen so erheblichen Zuwachs erhalten, muss dieses Schweigen der zur Kritik Berufenen in der That befremdlich erscheinen.

Wohl begreifen wir, dass in den Augen jener weit verbreiteten und einflussreichen historischen Schule, welche auch die bestbeglaubigten Thatsachen zu verwerfen keinen Anstand nimmt, wenn dieselben sich ihrer rationalistischen Weltanschauung nicht fügen wollen, schon der blosse Versuch, griechische oder gar asiatische Weisheitslehre aus dem alten Testamente herzuleiten, als eine phantastische Verirrung erscheinen wird. Kommt nun noch der Umstand hinzu, dass ein regerer Antheil des grösseren Publikums, dessen Bekanntschaft mit Pythagoras und seiner Schule sich schwerlich über den in Tertia erlernten, bekannten Lehrsatz und etwa die bei Dichtern so beliebte Sphärenmusik hinaus erstreckt, hier wol kaum zu erwarten ist, so mag freilich die Mühe einer gründlichen Widerlegung wenig Verlockendes haben.

Um so dringender legen wir denjenigen unter den Historikern, Philosophen und Philologen, für welche die Wissenschaft glücklicherweise noch nicht zu einer Frage der Tendenzpolitik oder der Machtstellung ihrer Schule geworden, die Bitte ans Herz, dem Buche zu guter Stunde einen vorurtheilsfreien Blick zu schenken. Selbst dem Ungeweihten dürfte auch bei nur oberflächlicher Durchsicht nicht entgehen, dass es sich hier wol um etwas mehr handele als um mystische Träume eines Sonderlings. Der Kundige aber wird an der Reichhaltigkeit der angeführten Quellen und deren umsichtigen Benutzung, wie sie uns fast auf jeder Seite entgegentritt, an der Strenge und Folgerichtigkeit der Methode, sowie an der fesselnden Darstellungsweise sofort erkennen, dass er es mit einem Forscher zu thun hat, an dessen nachhaltiger Kraft zur Ergründung der Wahrheit auf diesem Gebiete nicht zu zweifeln ist.

Welche Stellung die Autoritäten unter den eigentlichen Musikgelehrten, also Männer, wie Bellermann, Westphal, Fortlage, Ambros u. a. zur Sache endlich nehmen werden, erwarten wir nicht ohne Spannung. Diesen nämlich zieht unser Verfasser, falls seine Behauptungen richtig sind, so zu sagen allen Boden unter den Füssen weg, indem er das Ansehen des Aristoxenos und seiner Nachfolger, mit deren Schriften jene Gelehrten stehen und fallen, nicht nur vollständig vernichtet, sondern obendrein den Beweis führt, dass derselbe durch seine zahlreichen Werke nichts Anderes bewirkt habe, als den Grund zu jener heillosen Verwirrung in der Musikgeschichte des griechischen Alterthums zu legen, durch welche die Ermittelung der Wahrheit bis auf unsere Tage in so hohem Grade erschwert worden sei. Hier also müsste zunächst der Kampf entbrennen.

Von unserer Seite soll bereitwilligst eingestanden werden, dass gegenwärtiger Versuch, den umfassenden Inhalt des Buches in möglichst engem Raume zur leichteren Uebersicht zusammen-

---

*) Als erfreuliche Ausnahme ist die im Bonner theologischen Literaturblatte (Nr. 23 des vorigen Jahrganges) inzwischen erschienene treffliche Recension von Katzenberger zu nennen, in welcher dem Werke geradezu eine „monumentale Bedeutung" zuerkannt wird.

zustellen, lediglich den Zweck hat, die wissenschaftliche Discussion über diese gewiss höchst interessante, aber für den Frieden der Welt sehr unbedenkliche „orientalische Frage" in lebendigen Fluss zu bringen. Möge sich dabei des alten Herakleitos Spruch bewähren, dass Kampf und Streit der Harmonie Erzeuger sind.

Nach diesen allgemeinen Andeutungen über Inhalt und Tendenz des Werkes wird man vielleicht nicht erwartet haben, dass der Verfasser, wie er gleich zu Anfang der Vorrede sagt, die Möglichkeit einer Erklärung jener alten Geheimlehren zu nicht geringem Theil in der besseren Verwerthung neuerer und neuester Errungenschaften der exacten Naturforschung und insbesondere der physikalischen Klanglehre gefunden hat. „Es befestigte ihn in dieser Ueberzeugung der Gedanke, dass, wie die Wesenheit der Zahl, so auch die natürliche Grundlage des Harmoniesystemes, kraft innerer Nothwendigkeit für die verschiedenen Jahrtausende und für die Völker aller Zeiten und Zonen immerfort nur Eine und dieselbe gewesen sein könne; die Erforschung der Gesetze des musikalischen Wohlklanges aber, wie die Pythagoräer dies gelehrt, unabweisbar an die Betrachtung der akustischen Zahlenverhältnisse der Tonabstufung gebunden sein müsse."

Die Unwandelbarkeit, das unabänderliche Sichgleichbleiben der Naturgesetze bildet nun in der That so die Voraussetzung, als die Hauptbeweiskraft der gesammten Untersuchung. Schon im Motto des Titels, einem von Plutarch aufbewahrten Ausspruch des Herakleitos, ist diese Grundwahrheit dem Werke gleichsam als Symbol an die Stirne geschrieben:

„Die Sibylle, mit rasendem Munde in Klängen verkündend Unbelachtes und Ungeschmücktes und Ungesalbtes, reicht durch die Jahrtausende mit ihrer Stimme durch den Gott."

So wird uns denn ausdrücklich die jeden bestechenden Schmuckes entkleidete wissenschaftliche Wahrheit in aller Strenge durch den Mund jenes alten Weisen, den das Alterthum den Dunkeln nannte, in Aussicht gestellt. Das von ihm herrührende Motto glaubten wir um so weniger übergehen zu dürfen, als der Verfasser in den nirgends angezweifelten Fragmenten dieses Philosophen, welche überdies nur wenig jünger sind, als die noch übrigen altpythagorischen Apophthegmen, zunächst die Anknüpfungspunkte zur richtigen Deutung dieser letzteren gefunden hat. Und da sie zugleich noch mehr als die charakteristischen Lehren der älteren Schule, auf einen asiatischen Ursprung hinweisen, so lag hierin von selbst die Aufforderung, den sich hier zeigenden Spuren nachzugehen. Höchst wichtige Vergleichungspunkte boten hierfür sowol die ältesten chinesischen Quellen, welche uns hauptsächlich durch die französischen Missionäre des Jesuitenordens zugänglich gemacht worden sind, als auch eine hebräische, das Büchlein *Sepher Jezirah* (Buch der Bildung oder Schöpfung), welches, wie Molitor und von Meyer überzeugend nachgewiesen, keineswegs von Akiba, seinem späteren Verbreiter herrührt, sondern höchst wahrscheinlich den letzten Zeiten der in der babylonischen Gefangenschaft untergegangenen Prophetenschule entstammt.

Den Ausgangspunkt für die Vergleichung dieser drei Kreise, in welchen sich anscheinend ganz selbständig die religiöse und philosophische Entwickelung vollzogen hat, findet der Verfasser in der übereinstimmenden Tendenz, kosmogonische, psychogonische und theosophische Theoreme, also die gesammte philosophische Weltanschauung in einer der Zahlenlehre und Harmonik entlehnten symbolischen Terminologie vorzutragen, welche gleich einer Geheimschrift darauf berechnet gewesen sei, die Wahrheit für Ungeweihte zu verhüllen, für die Wissenden

aber um so prägnanter zu bezeichnen. Insbesondere wird von der pythagorischen Lehre nachgewiesen, dass ihr bester Theil nach Aussen hin mit dem Schleier eines undurchdringlichen Geheimnisses wäre umgeben worden. Sowol zur Abwehr unberufener Eindringlinge als um die Befähigung des Neulings zum selbstständigen Denken und Erfinden zu erproben, habe man neben die wahre, esoterische Erklärung jedes einzelnen, in Räthselform abgefassten Theorems, eine unvollständige, schiefe, oft lächerlich missgestaltete Deutung desselben hingestellt. So sei es gekommen, dass auch den hervorragendsten Männern, unter welche der Verfasser mit grosser Bestimmtheit auch Aristoteles rechnet, als Nichteingeweihten der wahre Sinn der Dogmen und das eigentlich technische Wissen der Schule ein Geheimniss geblieben.

Als „intellectuellen Urheber“ und Begünstiger so verwegener Behauptungen freut sich der Verfasser Galilei anführen zu können, der in seinem berühmten Dialoge, wo das ptolemäische und copernikanische Weltsystem verglichen wird, den Vertheidiger des letzteren sagen lässt, dass er in keiner Weise glauben könne, jene Geheimnisse, durch welche die Pythagoräer ihre grosse Verehrung für die Zahlwissenschaft bekundet hätten, seien solche Albernheiten (*sciocchezze*) gewesen, wie sie mündlich und schriftlich unter den Menschen im Schwange gingen. Da sie aber bekanntlich, um die Wunder ihres Wissens nicht dem Spotte und Missbrauch der Menge auszusetzen, die Veröffentlichung der von ihnen entdeckten verborgensten Eigenschaften der Zahlen, sowie der incommensurabeln und irrationalen Grössen, als verdammungswürdiges Sacrilegium verboten hätten, so möge wol der Eine oder Andere sich zudringlichen Fragern gegenüber mit jenen Scherzen (*leggerezze*) geholfen haben, die dann als ächt pythagorische Weisheit ihre Verbreitung gefunden.

Schon die bei Plutarch (*de Stoicorum repugnantia*) erwähnte, halb scherzhafte, halb ernsthafte Behauptung der alten Weisen, dass es ihnen erlaubt sei, „bei den geringen Leuten“ (τοῖς φαύλοις) von allerhand glaubhaft hergerichteten Trugbildern Gebrauch zu machen, spricht für diese zur authentischen Interpretation so mancher Scheintheoreme der Alten führende Annahme grundsätzlichen Verschweigens und absichtlicher Täuschung, ein Verfahren, welches unter andern auch der heil. Clemens von Alexandrien im 5. Buche seiner *Stromata* zu billigen scheint, wenn er jene Lehrmethode, die sich über die Urgründe der obersten Wahrheiten nie anders als in änigmatischen Symbolen äussert, geradezu als durchaus nothwendig für die Erkenntniss derselben erklärt. Dieselbe Behauptung findet sich bei Jamblichus (Leben der Pythagoräer, C. 23). Die Unentbehrlichkeit der symbolischen Lehrweise, sagt derselbe, sei keine besondere Eigenthümlichkeit der pythagorischen Schule gewesen, vielmehr habe dieser Brauch von uralter Zeit her in Griechenland Geltung gehabt und schon bei den Aegyptern, deren Nachahmer Pythagoras gewesen, in höchster Ehre gestanden.

Die Wichtigkeit und Tragweite dieser Annahme, welche von den Bearbeitern der Geschichte der Philosophie bisher, wie es den Anschein hat, nicht genugsam beachtet worden, wird sich im Laufe der Untersuchung immer schlagender herausstellen. Als Beispiel solcher mit scheinbarem Ernste hingestellter „Wahngebilde“ für die Nichteingeweihten, mag wegen seiner principiellen Wichtigkeit namentlich für den eigentlich zahlenspeculativen und harmonikalen Theil der Untersuchung schon hier der sonderbare Satz eine Stelle finden, dass die ungraden Zahlen männlich, die graden weiblich seien, und dass aus der Verbindung dieser männlichen und weiblichen Zahlen die Ordnung des All's der Dinge ihr Dasein empfangen habe.

Hier tritt uns die geheimnissvolle Sprache der Schule recht anschaulich entgegen. Wer würde darin nicht ohne den ehrwürdigen Namen eines Pythagoras eher ein mehr oder weniger geistreiches Spiel mit Worten, als ein ernstgemeintes Philosophem vermuthen? Zwar leuchtet

uns Neuern die hohe Würde und Bedeutung der Zahlengesetze für die Ordnung des Weltalls recht wohl ein; um so weniger aber dürfte das hier gebrauchte Bild von Mann und Weib in unsere Anschauung passen, wenn mit demselben lediglich jenes Verhältniss der Zahlen unter sich, je nachdem sie nämlich durch zwei theilbar sind oder nicht, bezeichnet werden soll. Die Lösung des Räthsels beruht denn auch, wie wir später sehen werden, auf dem Nachweise, dass die Worte ἄρτιον und περισσόν innerhalb der Schule einen ganz andern Sinn hatten als die schlichte Bedeutung von Grad und Ungrad, welche der vulgäre Sprachgebrauch ihnen ausschliesslich beilegt.

Als ein ferneres, wol eins der stärksten Beispiele derartiger Verhüllungen der Wahrheit, welche man namentlich auch in Beziehung auf die eigentliche Musiklehre der Schule den Exoterikern gegenüber sich erlaubte, erscheint dem Verfasser „jenes mit kindlichem Glauben hingenommene Theorem von einem terzenlosen, des Unterschiedes der Dur- und Moll-Tonalität und der Rationen der consonirenden Dreiklänge entbehrenden Tonsysteme, mit dessen wunderlichen Schematismen die Musikschriftsteller der alexandrinischen Periode auf eine so völlig unfruchtbare Weise, höchst unbekümmert um wirkliche Klangeffecte, wie um die praktischen Anforderungen unseres Ohres und unseres innern musikalischen Empfindungsvermögens, sich so eingehend beschäftigt haben."

Wird ja doch auch heute noch auf Grund des Stillschweigens der Autoren über die reine Dur- und Moll-Terz dem Alterthume die Kenntniss ihrer wahren Verhältnisse, 4 : 5 und 5 : 6, völlig abgesprochen und hieraus das Hauptargument für die Behauptung hergeleitet, dass die alten Griechen eine mehrstimmige Musik überhaupt gar nicht gekannt hätten.

Wir haben, hierin dem Verfasser folgend, grade diese beiden Beispiele der auf absichtliche Geheimhaltung gerichteten symbolischen Vortragsweise der Pythagoräer unter vielen andern, nicht minder wichtigen hervorgehoben, weil sie, wie das Folgende lehren wird, am genauesten mit den Principien der pythagorischen Zahlentheorie und Harmonik zusammenhängen, und weil sie, richtig verstanden, gewissermassen zu der gesammten philosophischen Doctrin der Schule den Schlüssel hergeben. Der Beweis hierfür bildet denn auch den wesentlichen Inhalt der bis jetzt vorliegenden acht Hauptstücke des Werkes.

Bevor wir jedoch in den eigentlich technischen Theil der Untersuchung eingeführt werden, gibt uns der Verfasser in der Einleitung einen geschichtlichen Ueberblick über die literarische Behandlung, welche die Lehren der Pythagoräer im Laufe der Jahrhunderte erfahren haben.

Die Menge der Schriftsteller alter und neuer Zeit, welche sich mit der in Rede stehenden Lehre beschäftigt haben, und sich bald als entschiedene Gegner, bald als begeisterte Freunde, aber auch in diesem günstigen Falle häufig genug eher der Wahrheit hinderlich erweisen, setzt uns durch ihre Zahl wahrhaft in Erstaunen.

Beginnend mit Plato, Aristoteles und seinem Schüler Aristoxenos vermögen wir auf dem Gebiete der Philosophie im Alterthum kaum einen grossen Autor zu nennen, der nicht mit unserm Gegenstande in irgend welcher Beziehung sich befände, und den pythagorischen Ueberlieferungen nicht seine Aufmerksamkeit zugewandt hätte.

Unter denen aber, welche der Materie speciell näher getreten sind, finden wir, abgesehen von Euclid, dessen beide musikalische Abhandlungen von der Kritik hinsichtlich ihrer Aechtheit beanstandet werden, namentlich Schriftsteller einer späteren Periode, wie z. B. den vielseitigen Plutarch, den Neupythagoräer Nicomachos, Theo Smyrnaeus, Anatolius, Bischof von Caesarea, Aristides Quintilianus, den Neuplatoniker Jamblichus — um nur einige der hervorragendsten zu nennen — welche theils auf wirkliche pythagorische Lehrsätze, theils auf

das, was sie dafür gehalten, ihre Harmoniesysteme gründen, die dann in ihren Grundzügen durch das ganze Mittelalter nachklingen und auch später noch den Hauptinhalt der meisten musikalisch-theoretischen Schriften ausmachen.

Dass dies bei Mathematikern von Fach fast ohne Ausnahme zutrifft, kann nicht wohl befremden. Weniger scheint auf den ersten Blick die christliche Theologie in der Lage zu sein, hier Anknüpfungspunkte zu finden. Nichtsdestoweniger sehen wir unter den Kirchenvätern Männer, wie St. Clemens von Alexandrien und St. Augustinus, welche der alten Weisheitslehre ihr eifriges Studium zuwenden, auf ihrer Grundlage weiter fortbauen und namentlich an dem tiefsinnigen Inhalte der theosophischen Aussprüche des Herakleitos die Abkunft griechischer Philosopheme von der mosaischen Offenbarungslehre zu erweisen suchen.

Als grösster Verunstalter der physikalisch-harmonikalen Theorie der alten Schule wird uns Aristoxenos, „der hochmüthige Schüler des Aristoteles" genannt.

Der Erfolg, mit welchem sein grosser Lehrer die Metaphysik der Pythagoräer bekämpft hatte, mochte ihn gereizt haben, über ihre musikalische Theorie einen gleichen Sieg davon zu tragen. Hatte schon jener statt der wirklichen Lehre ein Scheinbild bekämpft, so verfiel sein Nachfolger in einen noch weit folgenschwereren Irrthum. Anstatt der durch Naturgesetze gegebenen und mathematisch zu bestimmenden Tonverhältnisse, die vermöge ihrer unwandelbaren Festigkeit den Bedürfnissen der immer künstlicher sich gestaltenden Praxis eine gewisse Sprödigkeit entgegensetzten, erhob er lediglich die Forderungen des subjectiven Gehörsinnes, also die Empirie mit all ihrer Willkür zum herrschenden Grundprincip der Harmonik. Durch die Eintheilung der Octave in zwölf gleiche Halbtöne, welche, da sie sich der exacten Berechnung entzog, jedesmal nach dem Gehöre bewerkstelligt werden musste, wurde er der Vater der gleichschwebenden Temperatur, wie sie im Wesentlichen auch unserer heutigen Musik zu Grunde liegt. Hätte er seine Erfindung als das hingestellt, was sie war, nämlich als eine dem praktischen Bedürfnisse gemachte Concession, so würde dagegen wenig zu erinnern sein, zumal ja auch in der modernen Musik mit Ausnahme der Octave kaum andere, als von der absoluten Reinheit abweichende, sogenannte temperirte Intervalle zur Anwendung kommen. Dass aber Aristoxenos auf diesen blos empirischen Behelf sein ganzes System der Harmonielehre, wie auf ein wissenschaftliches Princip zu gründen wagte, kann nur als ein arger Verstoss gegen die Logik bezeichnet werden. In diesem Sinne ist denn auch sein System von den Freunden und Vertheidigern der alten Schule, zu welchen auch die oben genannten Schriftsteller gehören, aufgefasst und bekämpft worden.

Uebrigens scheint es, als hätte Pythagoras selbst schon Veranlassung gehabt, gegen ähnliche Versuche aufzutreten. Dahin deutet wenigstens die von Aristides Quintilianus aufbewahrte Sage, dass er am Ende seines Lebens den ihn umgebenden Schülern befohlen, das Monochord anzuschlagen, zum Zeichen, dass die höchsten Principien der Tonkunst auf dem Vernunftwege mittelst der Zahlen mehr, als durch die sinnliche Empfindung mittelst des Gehörsinnes zu erfassen seien.

Die musikalischen Schriftsteller des Mittelalters folgen den pythagorischen Ueberlieferungen, soweit als sie dieselben aus Boëthius und einigen seiner Vorgänger zu schöpfen vermochten. Von den späteren mögen hier nur die Namen eines Kepler, Zarlino, Salinas, Glarean, endlich Descartes, Mersenne, Newton und Leibnitz genannt werden, deren Untersuchungen über das Wesen der Harmonie und ihren Zusammenhang mit den Bewegungsgesetzen des Kosmos, soweit auch dies in den Kreis ihrer Forschung gehörte, alle mehr oder weniger von altpythagorischen Principien ihren Ausgang nehmen, oder doch mit denselben in Beziehung

gebracht werden. Keiner von den Genannten hat zum Mindesten mit den auf Pythagoras zurückgeführten Grundlehren der Harmonik gebrochen, oder sich den Anschauungen des Aristoxenos zugeneigt.

Dies wird erst im vorigen Jahrhundert beliebter, wo die Polemik gegen die alte Schule oft mit einer gewissen Leidenschaftlichkeit auftritt. So z. B. Kästner, der sich an gewissen, bei Nicomachus und Jamblichus vorkommenden Zahlenspeculationen ärgert, und dieselben als grossen Unsinn und gar strafbaren Aberglauben verurtheilt. Oder Matheson, der in seiner bekannten, nicht immer feinen Weise „die mathematischen Musikanten und die himmlische Musik" in mehreren seiner zahlreichen Schriften dem Spotte preisgibt.

Als letzten Dienst, welcher der alten harmonikalen Zahlenlehre erwiesen wurde, bezeichnet der Verfasser Rameau's Versuch, auf die natürliche Form des Durdreiklanges, wie sie in den mitklingenden Obertönen erscheint, durch Fiction eines sogenannten Fundamentalbasses die theoretische Gestaltung der Accordenlehre zu gründen. Sein System führte er, „der alten Lehre von den Intervallen folgend" in einer Reihe von Schriften aus, deren wesentlicher Inhalt in dem von d'Alembert für die grosse Encyklopädie geschriebenen Artikel, „*Basse fondamentale*" zusammengefasst ist.

Nur kurze Zeit behauptete sich Rameau's System. Selbst d'Alembert's Theilnahme erstreckte sich nicht zugleich auf den der alten Zahlentheorie verwandten Theil desselben. Letzterer erscheint vielmehr in seinen Versuchen, die Octave in zwölf Halbtöne zu theilen, als vollendeter Aristoxeniker. Mit der Popularität Rameau's, welche durch die stürmischen Angriffe der Encyklopädisten bald genug zu Falle gebracht wurde, verlor auch die pythagorische Zahlenlehre vollends alles Ansehen, und fiel bei den Musikgelehrten ganz und gar in Verachtung.

„Hat die encyklopädistische Aufklärung vielleicht instinctmässig geahnet" — bemerkt hierzu der Verfasser — „dass in jener uralt überlieferten Theorie dunkele Räthsel sich verhüllen, deren allenfallsige Lösung dem zu erbauenden Tempel der Vernunft möglicher Weise Gefahr bringen könnte? Wie dem auch sei — die Abneigung der Aufklärung gegen die harmonikale Zahlenlehre trug zur Schärfung der Polemik gegen Rameau bei. Der persönliche Hass gegen den armen geschmähten Musiker wurde hinwiederum mit auf die alten Zahlenrationen übertragen. Seitdem ist es dahin gekommen, dass Jedem, der sich mit sogenannter pythagorischer Zahlenharmonik, und vollends mit harmonikaler Symbolik beschäftigen möchte, sehr der Rath zu ertheilen ist, dies nur erröthend einzugestehen. Gelinde Zweifel an der völligen Ungetrübtheit seines Urtheilvermögens sind noch das Glimpflichste, was ihm begegnen mag."

Dass hier keine Uebertreibung stattfindet, werden alle diejenigen bezeugen können, welche der Frage zu jener Zeit näher getreten sind, als Kiesewetter und seine Freunde das Feld der Musikgeschichte noch beherrschten. Ging doch dieser Schriftsteller so weit, dass er die Rationen der Octave von 1 : 2 nach einem roh und ungeschickt angestellten Experimente gradezu in Abrede zu stellen wagte.

Vorzugsweise aber wird der Grund für die Verachtung, in welche die alte Lehre bei den Musikern unserer Zeit gefallen ist, darin gefunden, dass „eben jeder nach seiner Methode rechnet, unbekümmert um die Deutung der uns überlieferten dunkeln Aussprüche des Alterthums". Selbst der grosse Mathematiker Euler sei nicht von dem Vorwurfe freizusprechen, dass er durch seine „so überaus wunderliche Exponentenrechnung über den Ordnungsgrad der grösseren oder geringeren Annehmlichkeit der zwei-, drei- und mehrstimmigen Zusammenklänge" hierzu das Seinige beigetragen. Auf ihn besonders sei der Ausspruch des „geistreichen

französischen Kritikers“ Serre gemünzt gewesen: *les écarts du calcul de la part des géomètres illustres semblent justifier les artistes, qui imputent au calcul en général les fautes du calculateur. (Essais sur le principe de l'harmonie.* Paris 1753.*)*

Seitdem indess die neuere Experimentalphysik sich in so ausgiebiger Weise mit der musikalischen Akustik beschäftigt hat, sind jene uralten, einfachen Zahlengesetze für die Tonverhältnisse wiederum zu Ehren gekommen. Wie zur Zeit des vielfach verkannten Weisen liegen dieselben auch heute noch allen Experimenten und Berechnungen zu Grunde. Das ist für den Standpunkt des Verfassers vorläufig genügend. Waren es doch gerade die „Errungenschaften der neuern, exacten Forschung“, welche ihn, wie bereits gesagt wurde, zu seinen Untersuchungen angeregt und befähigt haben. Und wenn er unter den Schriften, die ihm zu einer genauern Kenntniss der einschlägigen physikalischen Fragen verholfen haben, in erster Reihe das classische Werk von Helmholz „über die Tonempfindungen“ nennt, so kann ein solches Bekenntniss das Vertrauen zu seinem Unternehmen nur erhöhen.

Ueberhaupt möchte dem rein technischen Theile der Untersuchung wol die wenigste Anfechtung bevorstehen. Misslicher dagegen ist es vielleicht mit dem Vorrath an directen, auf Quellen gegründeten Beweisen bestellt. Hierüber ist denn auch der Verfasser so wenig im Unklaren, dass er selbst noch den Umfang des hier zu Gebote stehenden Materials um ein Beträchtliches zu schmälern beflissen ist, indem er keinen Anstand nimmt, die Autorität eines grossen Theils bisher anerkannter Quellen aus innern Gründen gradezu umzustossen. Den Schriftstellern der alexandrinischen Periode ergeht es kaum viel besser als Aristoteles und Aristoxenos; denn auch von ihren Meinungen sieht er sich genöthigt, in den meisten Dingen sich loszusagen, in der Hoffnung, dass man ihm diese Dreistigkeit nicht als Anmassung auslegen werde. Nichtsdestoweniger wird man sich beim Studium des Werkes bald überzeugen, dass es dem Verfasser trefflich gelungen ist, die spärlichen Strahlen, welche uns noch aus jener entfernten Zeit herüberleuchten, zu vereinigen und auf diese Weise über manches, was bisher im Dunkeln lag, helles Licht zu verbreiten.

Wir müssen uns begnügen, von dem Inhalte der 57 Seiten umfassenden Einleitung, welche auch für sich schon ein abgerundetes Ganze ausmacht, hier nur das Allgemeinste angedeutet zu haben, und verweisen um so lieber auf eigene Lectüre, als es unmöglich erscheint, die Wirkung der lebendigen tiefgreifenden und für die fernere Entwicklung der gesammten Untersuchung wahrhaft spannenden Darstellung in einem wie immer beschaffenen Auszuge wieder zu geben.

Das höhere Ziel aber, welches dem Verfasser bei seiner umfassenden Arbeit vorgeschwebt, finden wir in der am Schlusse der Einleitung wiedergegebenen Ansicht Leibnitzens ausgesprochen: „Dass wir in allen jenen Errungenschaften, welche die neuere Zeit, namentlich auf dem Gebiete der Mathematik und der exacten Naturforschung gemacht, nur das Material zusammentragen, aus welchem erst nach vielen Jahrhunderten das Gebäude der Wahrheit würdig errichtet werden könne.“ Und ferner weissagt der grosse Denker seinem Jahrhundert: „Es werde eine Zeit kommen, wo der hohe Werth einer heiligeren Philosophie von den zu sich selbst zurückkehrenden Menschen wieder erkannt, den mathematischen Studien dann eine Richtung werde gegeben werden, theils auf Schärfung eines in ernsterer Weise geübten Urtheils, theils auf die anzustrebende Erkenntniss des Wesens der Harmonie und des Urbildes gleichsam der Schönheit; wo die Naturforschung von neuem der Verherrlichung des in der sichtbaren Welt uns das Abbild der ideellen zeigenden Urhebers der Natur dienstbar sein werde, endlich aber alle Studien wieder auf die Erlangung der Seligkeit gerichtet sein würden.“

Im Beginne des ersten Hauptstückes wird zunächst die hohe Bedeutung der Zahlentheorie und der aus ihr hervorgehenden Lehre von den Tonverhältnissen, also überhaupt der Harmonik, und die wichtige Stellung, welche beide in den speculativen Forschungen des Alterthums einnehmen, näher begründet. In Erfassung des Begriffes und Wesens der Zahl, der Grösse, der Gegensätze des Einen und Vielen, des Begränzten und Unbegränzten, des Commensurabeln und Incommensurabeln, sowie der sich gegenseitig bedingenden Begriffe: Maass, Zahl, Kraft (Gewicht) und deren Verwirklichung als Raum, Zeit und Bewegung, wurden die Ausgangspunkte gewonnen für alle speculative Philosophie überhaupt, und der Grundgedanke, dass in diesen Begriffen auch die Normen für alle kosmische Bewegung sowol, als für das harmonische Spiel der Töne zu finden seien, ging mit diesen speculativen Anschauungen Hand in Hand.

Es können Belege aus dem alten Testamente, sowie den ältesten heiligen Büchern der Chinesen dafür beigebracht werden, dass diese Anschauungen den wesentlichsten Inhalt einer ursprünglich den verschiedensten Völkern gemeinsamen Lehre gebildet haben, und dass die Disciplinen des sogenannten Quadriviums (Arithmetik, Geometrie, Musik, Astronomie), welche den Weg zur Aneignung jener Lehre eröffneten, bereits in einer urzeitlichen Periode als Inbegriff der Weisheit galten.

Als unverwerflicher Zeuge für diese Bedeutung des Quadriviums wird uns Plato vorgeführt, wie er im siebenten Buche vom Staate die einzelnen Zweige desselben durchgehend, das auf diesem Wege zu erreichende Endziel als die dialectische Erkenntniss des Guten bezeichnet. Merkwürdig ist hierbei die räthselhafte Andeutung eines fünften Zweiges, in welchem unser Verfasser die Optik aus später zu entwickelnden Gründen zu sehen sich berechtigt glaubt. Auch hier bilden jene Gegensätze des ewig Seienden und vergänglich Werdenden, der Vernunft- und Sinnen-Erkenntniss, des Einen und Vielen u. s. w., welche ja in den Werken Plato's so häufig behandelt werden, die Ausgangspunkte der philosophischen Deduction, und werden sammt den daran geknüpften Folgerungen als eigentlich pythagorische Lehre vorgetragen.

Von denselben Grundanschauungen geht Nicomachus aus, wenn er in seiner Einleitung in die Arithmetik die Disciplinen des Quadriviums unter Berufung auf Pythagoras und Männer seiner Schule, wie Androkydes und Archytas den Tarentiner, sowie auch auf Plato, in ihrer organischen Reihenfolge entwickelt und hierbei die Zahlenlehre als Mutter und Nähramme den übrigen vorangehen lässt. Nur auf Grundlage dieser Wissenschaft sei die Geometrie und die in noch engerem Verbande mit ihr stehende Musik und Sphärik zu entwickeln.

Zunächst wichtig für uns ist die Bestimmung des Begriffes von der wissenschaftlichen Zahl. Aus den an sich unbestimmten Begriffen der Grösse (μεγέθη) als einer Einheit zwar, aber doch ins Unendliche theilbar, und der Menge (πλῆθος) als einer der unendlichen Vermehrung fähigen Nebeneinanderstellung von gleichartigen Dingen, sondert er als Quantitätsbestimmung das Wie viel (πόσον), entsprechend der Menge — und das Wie gross (πηλίκον), entsprechend der Grösse, aus, um den Begriff der Zahl, als einer begränzten Menge von Einheiten (oder Theilen der Einheit) zu gewinnen. Denn die Wissenschaft könne nur begränzte, niemals unbegränzte Dinge zum Gegenstande haben.

Seine Auffassung der Zahl, als Idee, ist ächt platonisch. „Alles in kunstgerechter Folge und Vollendung von der Natur im Kosmos Zusammengereihte, in den Theilen sowol, wie im Ganzen, zeige sich als nach Zahlen von der Vorsehung und von dem das Ganze als Werkmeister verfertigenden Verstande gesondert und in wohlgefällige Ordnung gebracht, indem fest-

stand das Vorbild, weil gleichsam eines Urgrundes und einer Vorahnung Stelle die Zahl vertrat, welche ihr Vordasein gehabt im denkenden Geiste des die Weltordnung machenden Gottes, und welche allein dem Vernünftigen angehörig und ganz und gar unstofflicher Art, das wahrhafte und ewige Sein also selber ist, sodass durch sie, wie durch ein künstlerisches Schöpferwort vollendet wurde alles dieses insgesammt: Zeit, Bewegung, die Feste des Himmels, die Gestirne und die Evolutionen der Himmelskörper. Nothwendig sei es daher, dass eben auch sie selbst, die wissenschaftliche Zahl, von Solchartigem beginnend, nach sich selbst ihre harmonische Mischung, und nicht von andern, sondern von sich selbst empfange. Alles harmonisch Zusammengesetzte aber sei ganz und gar aus Entgegengesetztem gemischt, und zwar aus Seiendem; denn weder kann das Nichtseiende als solches, noch das Seiende, aber einander Gleiche, noch das Verschiedene, aber der Beziehung zu einander Entbehrende in harmonischer Mischung zusammengefügt werden."

Aus einem „Entgegengesetzten" in dieser Bedeutung, welches der „harmonischen Mischung" fähig sei, bestehe denn auch die wissenschaftliche Zahl; „denn es seien in ihr enthalten der uranfänglich zu unterscheidenden Gattungen zweie, ihrem Wesen nach angehörig dem Wievielheitlichen, und verschieden von einander und nicht von fremdartiger der Vergleichung unfähiger Beschaffenheit: das Ungrade (τὸ περισσόν) und das Grade (τὸ ἄρτιον) — (so nämlich deutet auch Nicomachus die griechischen Worte) — beide in sich kreuzender Umkehrung (ἐναλλάξ) durch eine bewundernswerthe und göttliche Natur auf unzertrennliche und einheitliche Weise mit einander harmonisch verbunden."

So viel mir bekannt ist, hat bisher kein älterer noch neuerer Forscher diesem letzten Satze, in welchem doch die ganze Untersuchung gipfeln soll, einen irgendwie werthvollen Sinn abgewinnen können. Schon oben wurde angedeutet, wie ungereimt es sei, dem schlichten Unterschiede der geraden und ungeraden Zahlen derartige tiefsinnige Bedeutungen beizulegen. Die Frage, ob es nicht noch einen andern Sinn für beide Worte geben könne, schien sich in der That wie von selbst darzubieten. Und doch ist bis jetzt Niemand darauf verfallen, von dieser Seite die Lösung zu versuchen. Nur Böckh macht einmal die gelegentliche Bemerkung, es möchte, wenn das Grade von den Pythagoräern unbegränzt genannt würde, damit eine besondere Bewandniss haben. (Philolaos, pag. 53.)

Die vom Verfasser gebotene, endlich alle Schwierigkeiten und Widersprüche hebende Lösung stützt sich im Grunde nur auf die von Nicomachus selbst, wie wir so eben gesehen, als pythagorisch wiedergegebene Lehre von dem Gegensatze der bis ins unendlich Kleine theilbaren Einheit und der bis ins Unendliche vermehrbaren Menge discreter Einheiten. Wenn nun hierbei, wie uns Nicomachus sagt, die einheitliche Grösse mit einem lebendigen Organismus, wie Pflanze, Thier, sowie mit dem Weltganzen, dem Kosmos verglichen wird, so kann sehr wohl die Einheit in diesem Sinne auch ein ἄρτιον, d. i. ein Ganzes, Vollständiges, und hinwieder die über alle Gränze hinaus vermehrbar zu denkende Menge ein περισσόν, d. i. ein Uebergrosses, Uebervieles genannt werden. Dass dies die richtigen Grundbedeutungen sind, wird nicht bestritten werden können.

Nun findet aber die unbegränzte Theilbarkeit, welche der Begriff des Ganzen gleichsam in seinem Schoosse trägt, ihren ganz exacten Ausdruck in der Reihe der Aliquotbrüche; die Menge dagegen, d. i. die unendliche Vermehrung der Einheiten, in der Reihe der Ganzzahlen. Die erstere nennt der Verfasser sehr bezeichnend das Theilige (τὸ ἄρτιον), die letztere das Nichttheilige (τὸ περρισσόν).

In der hier folgenden Reihe erscheinen beide Zahlengattungen sowol in ihrem reciproken

Verhältniss zu einander sich gegenübergestellt, als auch in ihrer durch die Einheit hindurchgehenden Kreuzung wiederum unzertrennlich mit einander verbunden.

$$\frac{1}{\infty}, \dots \frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \frac{4}{1}, \frac{5}{1}, \frac{6}{1}, \dots \frac{\infty}{1}.$$

Wir haben, dem Verfasser folgend, auch die Reihe der Ganzzahlen in Bruchform geschrieben, damit die Form der reciproken Werthe, das ἐναλλάξ, sofort auch fürs Auge hervortrete.

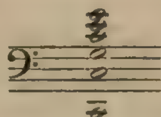
Von der Einheit ausgehend bis zum unendlich Grossen $\frac{\infty}{1}$ einerseits, und zum unendlich Kleinen $\frac{1}{\infty}$ andererseits, bilden die Ganzzahlen (das Nichttheilige) eine stetige arithmetische, die Aliquotbrüche (das Theilige) eine harmonische Progression. Die Einheit selbst bildet stets die mittlere geometrische Proportionale zweier gleich weit abstehender Glieder, welche jedesmal reciproke Werthe sind. Wir finden mithin in dieser natürlichen Zahlenreihe die arithmetische, harmonische*) und die geometrische Proportion, eine Verbindung, welche für die gesammte Harmonik, wie wir sehen werden, von grösster Bedeutung ist.

Bei der nun folgenden Anwendung dieser reinen Zahlenverhältnisse auf die Harmonik dürfen wir füglich auf die grosse Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse rechnen, deren sich unsere Zeit zu rühmen hat, und demzufolge, ausser den ersten Elementen der Musik, welche namentlich bei einem Deutschen wol schwerlich jemals vermisst werden, auch die Kenntniss der Grundphänomene musikalischer Klangerzeugung voraussetzen.

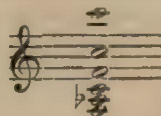
Weniger allgemein möchte die vom Verfasser erwiesene und auch von Böckh und andern Gelehrten getheilte Ansicht sein, dass die Alten sowol nach Schwingungsmengen als nach Dimensionen der Klangkörper, d. i. nach Wellenlängen die Tonverhältnisse bestimmt haben.**)

Eine Rechnungsart ist die Umkehrung der andern; das Resultat bleibt sich gleich, wir können also wählen.

Rechnet man nach erster Methode, so geben, wenn z. B. die Schwingungsmenge des Tones $C = 1$ gesetzt wird, die Zahlen 2, 3, 4, 5, 6, der Reihe nach das Verhältniss der Octave *c*, dann die Duodecime *g*, ferner der Doppeloctave $\bar{c}$, sowie deren Terz und Quinte an. Die arithmetische Reihe von 1 bis 6 gibt also in diesem Falle einen sechsstimmigen *C dur-Accord* in folgender Form:



Setzen wir nun, um nicht zu sehr in die Tiefe zu gerathen, das dreigestrichene $\bar{\bar{\bar{c}}} = 1$, so gibt absteigend die Bruchreihe bis $\frac{1}{6}$ den *F moll-Accord* in dieser Form:



*) Das Gesetz der immer dreigliedrigen harmonischen Proportion ist folgendes: Die Differenz des ersten (kleinsten) und mittleren Gliedes verhält sich zur Differenz des mittleren und dritten (grössten) wie das erste Glied zum dritten. Also $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, oder auf gleiche Nenner gebracht: $\frac{3}{12}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{6}{12}$ ist deshalb eine harmonische Proportion, weil $4-3 : 6-4 = 3:6$; d. i. $1:2 = 3:6$. Ebenso 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, wie alle unmittelbar aufeinanderfolgenden drei Glieder der Reihe.

**) In den dem Aristoteles zugeschriebenen „Problemen" (Sect. 19, 39) wird gesagt: „Dass die Töne des Intervalls der Octave ihre Bewegung nach dem Verhältnisse des Zweifachen und Einfachen regeln." Und dann heisst es wörtlich: „Jeder zweite Luftstoss der Nete (oberer Ton) ist die Hypate (unterer Ton der Octave). Mehreres hierüber „Harmonicale Symbolik", pag. 115 ff.

Das Nichttheilige (περισσόν) liefert also, auf die Harmonie angewandt, das Dur-Geschlecht, das Theilige (ἄρτιον) hingegen das Moll-Geschlecht. Hiernach wird die oben erwähnte Bezeichnung der einen Gattung als männlich, der andern als weiblich schon weniger befremdend erscheinen; zumal da eine derartige Charakterisirung beider Tonarten auch in neuerer Zeit beliebt worden ist. Wir werden indess später noch einer viel tieferen Beziehung dieses Vergleiches begegnen.

Nach diesen wenigen Zügen wird man das Zutreffende der Deutung und die innere Berechtigung derselben im Wesentlichen schon jetzt anerkennen müssen. Im Verlaufe der Untersuchung wird sich dann immer mehr herausstellen, dass die fernere Entwicklung sich auch in allen Einzelheiten nur als mathematisch nothwendige Folgerung aus jenen ersten Principien erweist, auf welche nach unverwerflichen Zeugnissen die Alten ihr System gebaut haben.

Insofern also nicht Fehler *in calculo* oder in der Methode nachzuweisen sind, muss diesem allerdings streng genommen nur inductiven Beweise vorläufig die volle Gültigkeit zugesprochen werden.

Wie es im Allgemeinen mit dem directen Beweise steht, haben wir oben schon angedeutet. Das spärliche Material, welches uns hier zu Gebote steht, entstammt obendrein noch aus abgeleiteten Quellen. Wieder ist es Nicomachus, der unter manchem Irrthum doch wieder ein unverwerfliches Körnlein Wahrheit uns aufbewahrt hat. Er führt nämlich zur Erklärung der beiden viel beregten Worte eine von ihm selbst mit Sicherheit dem Pythagoras zugeschriebene Definition derselben auf, welche in wörtlicher Uebersetzung folgendermassen lautet: „**Eine Artioszahl ist diejenige, welche den ins Grösste und Kleinste dem Selbigen (κατὰ ταὐτό) nach geführten Schnitt annimmt; ins Grösste: dem Wiegrossen, ins Kleinste: dem Wievielen nach, gemäss der natürlichen Wechselbeziehung (ἀντιπεπόνθησιν) der beiden Gattungen; eine Perissozahl aber diejenige, welche dies nicht ertragen kann, sondern in zwei ungleiche Theile zerlegt wird.** *)

Mit Uebergehung der früheren Erklärungen, welche im Grunde doch alle auf die Theilbarkeit durch Zwei mit oder ohne Rest hinauslaufen, wollen wir untersuchen, ob diese mehr oder weniger im Räthselstiel gehaltene Definition der vom Verfasser gegebenen Deutung entspricht.

Man könnte vielleicht wegen des nicht altclassischen Wortes ἀντιπεπόνθησις, welches hier statt des sonst üblichen τὸ ἀντιπεπονθός (wörtlich: Vergeltung) gebraucht ist, an der absolut wortgetreuen Wiedergabe eines pythagorischen Lehrsatzes zweifeln. Wie dem auch sein mag, Nicomachus hat sich mindestens seine eigene Auffassung, welche nur eine etwas schwerfällige Modification der Begriffe des Graden und Ungraden ist, keineswegs erleichtert. Das Einzige nämlich, was in der Definition hieran erinnern könnte, ist die Angabe, dass die Perissozahl jenen Schnitt ins Grösste und Kleinste nicht annehme, sondern nur in zwei ungleiche Theile zerlegt werden könne. Man hat also etwa zu ergänzen: **wenn aber die Perissozahl ins Grösste und Kleinste geschnitten würde, so wäre nichts erreicht, als dass sie einfach in zwei ungleiche Theile geschnitten würde** (περισσὸς δὲ ὁ μὴ δυνάμενος τοῦτο παθεῖν, ἀλλ' ἐάν που εἰς τὰ μέγιστα καὶ τὰ ἐλάχιστα τμηθῇ, ἁπλῶς οὕτως εἰς ἄνισα δύο τετμήσεται.). Es scheint hiernach, als sollte der blosse Versuch, jenen Schnitt auf die Perissozahl anzuwenden, als ein arithmetisch Unmögliches von vorn herein abgewiesen werden.

---

*) .... κατὰ δὲ τὸ Πυθαγορικὸν ἄρτιος ἀριθμός ἐστιν ὁ τὴν εἰς τὰ μέγιστα καὶ τὰ ἐλάχιστα κατὰ ταὐτὸ τομὴν ἐνδεχόμενος, μέγιστα μὲν πηλικότητι, ἐλάχιστα δὲ ποσότητι, κατὰ τὴν φυσικὴν τῶν δύο τούτων γενῶν ἀντιπεπόνθησιν, περισσὸς δὲ ὁ μὴ δυνάμενος τοῦτο παθεῖν, ἀλλ' εἰς ἄνισα δύο τεμνόμενος.

Diese blos negative Behandlung der einen Gattung ist allerdings auffallend, und lässt die Vermuthung zu, dass die Definition nicht in ursprünglicher Vollständigkeit vorliegt.

So viel wenigstens dürfte feststehen, dass hier der Unterschied von Grad und Ungrad um so weniger gemeint sein kann, als auch bei der Artioszahl die Theilung keineswegs als ein hälftender, sondern vielmehr als ein „ins Grösste und Kleinste geführter Schnitt" bezeichnet wird. Dieses Doppelresultat der Theilung, nämlich, dass dieselbe zugleich ein Grösstes und Kleinstes hervorbringe, haben wir zunächst ins Auge zu fassen.

Der Schnitt wird geführt „nach dem Selbigen", κατὰ ταὐτό. Dies ist, wie wir wissen, bei den Alten die sich gleichbleibende Einheit, τὸ ἕν, auch „das Begränzte", die Gränze an und für sich, gegenüber dem ins Unendliche Wachsenden oder sich Vermindernden. Also durch die Einheit hin wird der Schnitt geführt, so zwar, dass je grösser die aliquoten Theile, desto kleiner ihre Zahl, und umgekehrt, nach der natürlichen Wechselwirkung (Reciprocität) beider Zahlengattungen, des Theiligen nämlich und des Nichttheiligen, der Reihe der Aliquotbrüche und der Ganzzahlen; d. i. nach unserer Weise ausgedrückt: je grösser der Nenner, desto kleiner der Bruchwerth, aber desto grösser die Menge der Theile vom Ganzen.

Man wird zugeben müssen, dass diese Auslegung eine höchst ungezwungene ist und den früher so dunkel erscheinenden pythagorischen Text nunmehr in einem ganz menschlichen Lichte zeigt.

Zu unserer Bekräftigung führt der Verfasser noch einige nicht unwichtige Belege für seine Ansicht aus späteren Schriftstellern an, von welchen einige hier ebenfalls eine Stelle finden mögen.

So erwähnt Jamblichus in seiner Schrift über die Arithmetik des Nicomachus (Tennulius, pag. 12) ausdrücklich: „Einige der Pythagoräer hätten von der Monas gesagt, sie sei die Gränzscheide der Ganzzahl und der Theile (ἀριθμοῦ καὶ μορίων μεθόριον), weil von ihr aus, wie aus einem Samen und einer unvergänglichen Wurzel nach beiden Seiten hin reciprok (ἀντιπεπονθότως) die Rationen (λόγοι) der Zahlen vermehrt würden, so zwar, dass die einen, bis ins Unendliche getheilt das dem Namen nach Grössere (μεγαλωνυμώτερος) stets verminderten, die andern aber, ins Unendliche sich vermehrend, es wiederum vergrösserten." Denselben Gedanken finden wir dann S. 19, a. a. O. unter ausdrücklicher Bezugnahme auf die Eintheilung der Zahlen in ἄρτιος und περισσός ausgesprochen.

Psellus ferner, ein Schriftsteller des 10. Jahrhunderts freilich, sagt Folgendes: „Aber auch darin unterscheiden sich die Pythagoräer von Plato, dass sie nicht jede Art von Zahl unbegrenzt (ἄπειρον) nennen, sondern nur die Artioszahl. Diese nämlich sei die der Theilung in Gleiches zu Grunde liegende Norm (αἴτιον), welche Theilung ihrerseits unbegränzt, auch das die Unbegränztheit Erzeugende sei. Von der Perissoszahl aber werde jenes begränzt. Diese nämlich hindere die Theilung in Gleiches, wenn sie der Artioszahl sich zugeselle (προστιθέμενον τῷ ἀρτίῳ)." Aus der bildlichen Sprache in unsere Terminologie übersetzt heisst Letzteres: Das Produkt reciproker Werthe stellt allemal die Einheit her, denn $\frac{1}{n} \times \frac{n}{1} = 1$ oder auch $\frac{1}{\infty} \times \frac{\infty}{1} = 1$. Der erste Factor gehört der Artios-, der zweite der Perissosreihe an; durch die Multiplication beider wird jede Theilung und somit das Prinzip der Artioszahl aufgehoben.

Ob gegen die Beweiskraft dieser wenigen, aber um so gewichtigeren Belegstellen seitens der Philologen von Fach erhebliche Bedenken erhoben werden können, haben wir abzuwarten. Jedenfalls liegt in der dem Wesentlichen nach völligen Uebereinstimmung dieser von verschiedenen Autoren hier als pythagorische Lehre aufgeführten Sätze ein gewiss nicht zu unterschätzendes Moment für die Aechtheit.

Hinsichtlich des immerhin auffallenden Gegensatzes, in welchem die Auslegung des Verfassers sich zum vulgären Sprachgebrauche sowol, als zur Auffassung sämmtlicher Autoritäten der klassischen Periode zu befinden scheint, möge uns erlaubt sein, folgende Erwägungen als Vermittlungsversuch hinzuzufügen.

Zunächst kann darauf hingewiesen werden, dass die Grundbedeutung — τὸ ἔτυμον — der Worte ἄρτιος und περισσός mit dem, was man unter Grad und Ungrad versteht, also mit der Theilbarkeit einer Zahl durch Zwei mit oder ohne Rest, von vornherein nichts zu thun hat. Vielmehr ist diese Grundbedeutung, wie wir sie oben gegeben, dem Sinne, welchen der Verfasser unterlegt, eher günstig, und es kann dieselbe weit leichter mit dem Begriffe des Theiligen und Nichttheiligen in logische Verbindung gebracht werden, als mit dem Sprachgebrauche selbst. Findet doch im Deutschen fast dasselbe statt. Die Worte Grad und Ungrad haben sich in ihrer Anwendung auf das in Rede stehende Zahlenverhältniss ebenfalls von ihrem ersten, eigentlichen Sinne weit entfernt. Weniger ist das lateinische *par* und *impar* in diesem Falle, da es doch mindestens auf das Verhältniss der Theile unter sich hinweist.

Das Auffallende ist also weit eher in dem Gegensatze zu suchen, in welchen der Sprachgebrauch sich zu der Grundbedeutung der Worte versetzt hat, als darin, dass der ächte, auf dem ursprünglichen Sinne beruhende esoterische Begriff für die Menge verloren gegangen ist. Man könnte sich die Sache vielleicht in folgender Weise vorstellen. Wie nämlich die Menge sich meist an dem Nächstliegenden genügen lässt, so wurde auch hier von dem zahlentheoretischen Gegensatze des Theiligen und Nichttheiligen nur der specielle Fall der Division durch Zwei, weil er sowol der erste in der Bruchreihe, als auch der für die Praxis geläufigste war, vorzugsweise festgehalten, und auf ihn allein die Anwendung jener beiden Kunstausdrücke beschränkt.

Es wäre interessant, zu wissen, ob beide Worte vor Pythagoras schon in der Bedeutung von Grad und Ungrad gebraucht worden sind.*) Im andern Falle wäre es nicht unmöglich, dass jene alte Schule, vermöge ihrer Tendenz, die wahre Lehre den Exoterikern gegenüber in der Regel nur halb und noch dazu absichtlich irreleitend mitzutheilen, selbst die erste Veranlassung zum vulgären Sprachgebrauche gegeben hätte.

Wie die Reihe der Artios- und Perissoszahlen, also des Theiligen und Nichttheiligen nach der vom Verfasser gewählten Terminologie, ihre Anwendung auf die musikalischen Verhältnisse finde, ist bereits nachgewiesen worden, und es wird sich aus diesen noch elementaren Anfängen schon haben erkennen lassen, dass auf dem hier eingeschlagenen Wege ganz neue, von allen bisher maassgebend gewesenen Ansichten durchaus verschiedene Resultate erzielt werden müssen.

Kann die Beweisführung für die Aechtheit des aufgestellten Princips, als eines altpythagorischen, wie sie vom Verfasser erbracht worden, nicht entkräftet werden, so ist die fernere Entwickelung des Systems schlechthin unangreifbar. Alles Uebrige folgt nämlich unter Anwendung eines höchst einfachen und natürlichen Calcüls, welcher die Gränzen der vier Species kaum überschreitet, mit mathematischer Nothwendigkeit.

Ehe wir weiter gehen, haben wir uns noch mit jener oben erwähnten Ansicht, dass die Griechen weder die reine Dur- noch Mollterz gekannt, auseinanderzusetzen.

---

*) Anmerkung. Bei Homer und den Homeriden kommt, glaube ich, das Wort περισσός gar nicht, und ἄρτιος nur als *neutr. plur.* vor, wie ἄρτια βάζειν, „Verständiges reden“ (*Il. XIV*. 92 und *Od. VIII*, 240), oder: ὅτι οἱ φρεσὶν ἄρτια ᾔδη, „denn er wusste ihn verständigen Sinnes“, d. i. „mit sich einverstanden“. (*Il. V*, 326, *Od. XIX*. 248.) Von Voss übersetzt: „fügsamen Sinnes war sein Herz“. Dr. *H.*

Wer ohne dieses Vorurtheil einmal jene Zahlenreihe betrachten will, die uns, wie wir bereits gesehen, von der Einheit, als Mitte, ausgehend, stetig steigend nach Rechts und fallend nach Links die Schwingungszahlen der Intervalle eines sechsstimmigen Dur- und Mollaccordes gab, wird schwerlich auf den wunderlichen Einfall gerathen, die Ration der Fünfzahl aus der natürlichen Ordnung so ohne Weiteres auszumerzen. Man braucht ferner mit dem Phänomen der spontanen Theilung klingender Saiten nach den Schwingungsverhältnissen ihrer ersten fünf Obertöne auch nur oberflächlich bekannt zu sein und zu wissen, dass die hierbei dem Ohre vorzugsweise vernehmliche Durterz der Fünftheilung ihre Entstehung verdankt, um es unbegreiflich zu finden, dass die Griechen bei dieser ganz gewöhnlichen Erscheinung, welche ihnen materiell unmöglich entgehen konnte, nicht blos die reine Terz überhört hätten, sondern auch nicht einmal zu den ersten und leichtesten Schritten eines Erklärungsversuches veranlasst worden wären. Die gelehrten Herren, welche uns dies glauben machen wollen, fanden unglücklicher Weise keine Belegstellen in den Quellen, und damit musste die Sache auf sich beruhen. Die armen Griechen! Warum schrieben sie auch nicht fleissiger über ihre musikalischen Compositionen und ihre Aufführungen? Darin wenigstens sind wir vorsichtiger. Sie scheinen eben ausführliche Besprechungen und Kritiken fertiger Kunstwerke der Aufzeichnung nicht für werth gehalten zu haben; mochten diese für sich selbst reden. Was gut war, bedurfte zu jener Zeit nicht der Reclame. Auch über die Werke der bildenden Kunst finden wir ja nur spärliche Auslassungen. Grund genug, dass irgend ein Gelehrter die ganze Herrlichkeit griechischer Sculptur für ein Märchen erklärt hätte, wenn nicht glücklicher Weise vom treuen Schooss der Erde die redenden Zeugen in Erz und Marmor uns wären aufbewahrt worden. So leicht freilich ist die Beweisführung auf unserm Gebiete nicht. Da es indess noch Niemand in den Sinn gekommen, den Griechen die vollständige Kenntniss und den Gebrauch der vier Species abzusprechen, weil man kein Beispiel einer ausgeführten Multiplication oder Division aufzuweisen hat, so wird der hier folgende, auf die einfachsten Zahlenverhältnisse gegründete Nachweis von dieser Seite her mindestens nicht beanstandet werden können.

Schon Newton hat rücksichtlich der Terzenfrage darauf hingewiesen, wie seltsam die Annahme sei, dass den Alten, denen doch das Verhältniss des Grundtones zur Quinte, also 2 : 3, oder 4 : 6 so geläufig war, entgangen sein sollte, wie durch einfache Interpolation der Fünfzahl ebensowohl die Ration beider Terzen sich ergebe. Dass sich der grosse Mann auch hierin nicht geirrt, lässt sich mit grosser Bestimmtheit aus einer Stelle bei Jamblichus (a. a. O., §. 159) nachweisen, welche bisher gänzlich ausser Acht geblieben, von unserm Verfasser zum ersten Male richtig gewürdigt ist. Dieselbe handelt nämlich von der auch bei Nicomachus vorkommenden vierten Medietät, der contraharmonischen Proportion *), welche den drei älteren (der arithm. harmon. und geom.) von den ältesten Schülern des Pythagoras zugesellt und besonders der harmonischen, als ihr Gegenbild (ὑπεναντία) sei gegenüber gestellt worden, und dies zwar „um der in ihr geschauten Verhältnisszahlen consonirender Intervalle willen“ (διὰ τοὺς ἐνοφθέντας αὐτῇ τῶν συμφωνιῶν λόγους). Wie nun durch dieses Verhältniss, und noch mehr durch Hinzufügung derselben zur harmonischen Proportion die Fünfzahl sich nothwendig als Rationenbildnerin für beide Terzen herausstellen musste, wird

---

*) Anmerkung. Die contraharmonische Proportion, dreigliedrig, wie die harmonische, unterscheidet sich von dieser dadurch, dass die Differenz des ersten und mittleren Gliedes zur Differenz des mittlern und letzten nicht, wie das erste zum letzten, sondern umgekehrt, wie das letzte zum ersten sich verhält. Die von Jamblichus angeführten Beispiele sind: 2, 5, 6 und 3, 5, 6. Sie kann mithin ebensowohl das Gegenbild der harmonischen Proportion, wie diese dasjenige der arithmetischen genannt werden. Dr. *H.*

ein Blick auf die betreffenden Zahlen sofort ergeben. Aus der gemeinschaftlichen Betrachtung der harmonischen Proportion 3, 4, 6, und der contraharmonischen 2, 5, 6 oder 3, 5, 6, gehen, wie man sieht, die Verhältnisse 4 : 5 und 5 : 6, also beide Terzen ganz von selbst hervor, und durch die zu Einer Reihe verbundenen Zahlen werden dann in der That alle Rationen der consonirenden Intervalle vollständig ausgedrückt.

Hiermit, sollte man meinen, wäre dem terzenlosen Jammer endlich ein Ziel gesetzt, und es fiele dann zugleich auch das Hauptargument gegen die Möglichkeit einer mehrstimmigen Musik bei den Griechen, welches sich bekanntlich darauf stützt, dass mit dem Ditonus, der um ein Merkliches zu hohen Durterz, und dem der Mollterz entsprechenden, zu kleinen Anderthalbton, welche Verhältnisse lediglich die Terzen vertreten hätten, eine wohlklingende Harmonie überhaupt nicht zu bilden gewesen wäre.

Die oft angeführte Stelle aus den für aristotelisch ausgegebenen Problemen (*Sect.* 19, *probl.* 18): „Warum wird allein die Consonanz der Octave gesungen?“ ist schon wegen der unmittelbar folgenden Worte *) nur auf den Gebrauch der Octavenparallelen zu beziehen und darauf, dass die Octave wegen des einheitlichen Klanges unter den Consonanzen eine gesonderte Stellung einnimmt, so dass dieselbe allein zur Führung der Melodie sich eignet (διὸ μόνη μελῳδεῖται). Keinenfalls aber kann ein irgendwie stichhaltiger Beweis weder auf diese Stelle, noch jene andere (*probl.* 39), in welcher wiederum nur von den Octavenparallelen der Knaben- und Männerstimmen die Rede ist, gegründet werden.

Auch bedarf es nicht des Ausweges, den Westphal entdeckt hat. Er will nämlich die Mehrstimmigkeit wenigstens für die Instrumentalmusik gewahrt wissen, weil ja in den Problemen immer nur der Gesang (es heisst nämlich in jener, wie in den andern Stellen stets ᾄδεται), nicht aber die Krusis, also die Begleitung, gemeint sei. **) Die Anwendung einer mehrstimmigen Harmonie in der Instrumentalmusik geht überdies unzweifelhaft aus Stellen bei Gaudentius und Jamblichus hervor, welche der Verfasser (*h. S. p.* 253 und 258) wörtlich anzuführen nicht unterlassen hat. Indem wir dem Leser überlassen, das Nähere dort nachzulesen, nehmen wir die technische Untersuchung nunmehr wieder auf.

Die Reihe der Ganzzahlen und der Aliquotbrüche lieferte uns, wie wir oben sahen, die relativen Schwingungswerthe der Intervalle eines sechsstimmigen Dur- und Mollakkordes. Wie jener sich auf dem Grundtone in seinen fünf ersten Obertönen gleichsam von selbst bildet, so beruht auch die Mollharmonie auf einer natürlichen Tonerzeugung, die als das Phänomen des Mittönens ruhender, aber in einem entsprechenden harmonischen Verhältnisse zu dem erregenden Tone gestimmter Saiten in der Akustik bekannt ist. ***) In jeder Saite nämlich eines Molldreiklanges klingt die um eine oder zwei Octaven höher angeschlagene Quinte desselben

---

*) Μαγαδίζουσι γὰρ ταύτην, ἄλλην δὲ οὐδεμίαν. „Man magadisirt ja nur diese und keine andere. (Consonanz).“ Die Magadis aber war ein Instrument, auf welchem jeder Ton zwei in der Octave gestimmte Saiten hatte. Magadisiren ist also der technische Ausdruck für den Gebrauch der Octavenparallelen, die ja auch in unserer Musik etwas ganz Gewöhnliches sind. Dr. *H.*

**) Rossbach und Westphal, Metrik, II. Bd., p. 112. Es würde nur um so unbegreiflicher sein, wenn die Mehrstimmigkeit auf die Instrumentalmusik beschränkt geblieben wäre. Man vergleiche übrigens *probl.* 16, in welchem es heisst: „Warum ist das Antiphone angenehmer als das Symphone? Etwa, weil der Concentus (τὸ συμφωνεῖν) deutlicher wird, als wenn man nach der Consonanz singt? Nothwendig muss ja die andere Stimme dann im Einklang singen, so dass, wenn zwei Stimmen Einer gegenübertreten (δύο πρὸς μίαν φωνὴν γινόμεναι), sie die andere decken.“ Man wird zugeben müssen, dass in diesem allerdings nicht allzu klaren Satze jedenfalls von drei Singstimmen die Rede ist. Dr. *H.*

***) Dass auch dieses Phänomen den Alten bekannt war, geht aus *Aristides Quintil.* und den Problemen hervor. Vergl. *Harm. Symb. pag.* 111 Anmerkung.

deutlich wieder, wenn jene Saiten im Bereiche ihrer Schallwellen sich befinden. So würde z. B. in den ruhenden Saiten des Molldreiklanges *A*, *c*, *e* unter der angegebenen Bedingung der Ton $\overline{e}$ oder $\overline{\overline{e}}$ wiederklingen, nicht aber der Eigenton jener Saiten. Zu diesem „Zeugertone der Höhe $\overline{\overline{e}}$“ verhalten sich aber die Schwingungsmengen von *A*, *c*, *e*, wie $1/6$, $1/5$, $1/4$ zur Einheit; sie gehören demnach in dieser Verbindung der Reihe des Theiligen, den Artioszahlen an. Vergleichen wir hiermit die natürliche Entstehung der Durharmonie, welche sich von einem „Zeugertone der Tiefe“ aus durch Eigenthätigkeit der schwingenden Saite successive selbstständig entwickelt, so wird die Bezeichnung beider Tongeschlechter als weiblich und männlich, deren Anwendung auf die graden und ungraden Zahlen schlechthin unverständlich erschien, nunmehr als ein höchst charakteristisches Symbol des arithmetischen und physikalischen Sachverhaltes anzuerkennen sein. Zum Belege, dass hiermit die Anschauungsweise der alten Schule getroffen sein dürfte, möge ein Bruchstück pythagorischer Zahlenlehre dienen, welches durch den anonymen Commentator des Ptolemäischen Werkes *Tetrabiblum* uns aufbewahrt worden, nach welchem nämlich die Pythagoräer gelehrt hätten: „Dass die Artioszahl das der Theilung Unterliegende und Duldende, die Perissoszahl dagegen das der Theilung nicht Unterliegende und Nichtduldende, sondern Thatkräftige (δραστήριον) befasse. Deshalb wird auch jene weiblich, diese männlich genannt.“

Wie nun die beiden Reihen der Zahlengattungen „in sich kreuzender Umkehrung auf einheitliche und unzertrennliche Weise verbunden seien“, wird durch die Anwendung derselben auf die Tonverhältnisse sofort klar werden.

Wir haben bereits beide Reihen für sich als den Ausdruck einer stetigen arithmetischen und harmonischen Progression erkannt, sowie auch der reciproken Werthe, deren mittlere geometrische Proportionale jedesmal die Einheit ist. Beide Reihen „in sich kreuzender Umkehrung“ durch die Einheit in einander übergehend ergaben für die 6 ersten Stellen nach aufwärts den *C-dur-*, nach abwärts den *F-moll-*Accord als Stammharmonien für $c = 1$.

$$\begin{array}{ccccccccccc} \frac{1}{6} & \frac{1}{5} & \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \quad \frac{1}{1} \quad & \frac{2}{1} & \frac{3}{1} & \frac{4}{1} & \frac{5}{1} & \frac{6}{1} \\ \underline{\underline{F}} & \underline{\underline{As}} & \underline{C} & \underline{F} & C & c & \overline{c} & \overline{g} & \overline{\overline{c}} & \overline{\overline{e}} & \overline{\overline{g}} \end{array}$$

Beruht demnach die aufsteigende Reihe auf Addition, die absteigende auf Division, so möge nun die Multiplikation beide noch enger mit einander verbinden. Dass wir uns hierbei nur auf die Primzahlen 2, 3 und 5, sowie deren Reciproke $1/2$, $1/3$ und $1/5$ einzulassen brauchen, leuchtet ein; denn alle höheren Primzahlen geben bekanntlich nur ekmelische, d. h. harmonisch nicht brauchbare Intervalle.

Jede Reihe, möge sie nun mit einem ihr selbst angehörigen Gliede oder mit einem solchen der andern Reihe multiplicirt werden, gibt stets das ihr eigenthümliche Harmoniegeschlecht wieder. Die Perissosreihe das Dur-, die Artiosreihe das Mollgeschlecht. Die Multiplikation gleichartiger Zahlen, welche die einfache Transposition in die obere oder untere Octave, Quinte, Terz ergeben, vorläufig übergehend, fassen wir die Multiplikation ungleichartiger Zahlen, also Perissos- mit Artios-Zahlen, und umgekehrt, etwas näher ins Auge. Wir haben dann, wenn das kleine $c = 1$ gesetzt wird:

1) Die Perissosreihe mit einem Gliede der Artiosreihe multiplicirt; z. B.

$\frac{1}{2}\,C$, $\frac{2}{2}\,c$, $\frac{3}{2}\,g$, $\frac{4}{2}\,c$, $\frac{5}{2}\,\overline{e}$, $\frac{6}{2}\,\overline{g}$; oder $\frac{1}{5}\,\underline{\underline{As}}$, $\frac{2}{5}\,\underline{As}$, $\frac{3}{5}\,Es$, $\frac{4}{5}\,As$, $\frac{5}{5}\,c$, $\frac{6}{5}\,es$.

2) Die Artiosreihe mit einem Gliede der Perissosreihe multiplicirt; z. B.

$\frac{3}{6}\,C$, $\frac{3}{5}\,Es$, $\frac{3}{4}\,G$, $\frac{3}{3}\,c$, $\frac{3}{2}\,g$, $\frac{3}{1}\,\bar{g}$; oder $\frac{5}{6}\,A$, $\frac{5}{5}\,c$, $\frac{5}{4}\,e$, $\frac{5}{3}\,a$, $\frac{5}{2}\,\bar{e}$, $\frac{5}{1}\,\bar{\bar{e}}$.

Im ersten Falle steigt von einem Stufentone des Stammaccordes *F-moll* ein Duraccord auf, also hier von *C* oder *As* der Dreiklänge *c-dur* und *as-dur;* im zweiten Falle steigt von einem Intervalle des Stammaccordes *c-dur* eine Mollharmonie herab, also in unsern Beispielen von $\bar{g}$ oder $\bar{\bar{e}}$ der *C-moll-* und *A-moll-*Accord.

Es ist mithin leicht ersichtlich, wie mittelst einfacher Multiplikation gleichartiger und gemischter Zahlen ein vollständiges System aller möglichen Dreiklangharmonien zu entwickeln ist, in welchem, vermöge der durch fortgesetzte Transposition bedingten Progression nach Quinten, Terzen u. s. w. sowol die chromatischen Intervalle, als auch die feineren kommatischen Differenzen, also die enharmonischen Nebenstufen zur Erscheinung kommen müssen.

Dass den Alten dieser einfache Calcül geläufig war, geht schon aus der von Euclid und Nicomachus aufbewahrten Eintheilung der Zahlen in die angegebenen Unterarten hervor, wie z. B. theiligmal theilig (ἀρτιάκις ἄρτιον), theiligmal nichttheilig (ἀρτιάκις περισσόν) u. s. w., welche lediglich auf die hier angewandte Multiplikation hinauslaufen. Einen viel bedeutendern Anknüpfungspunkt hat jedoch der Verfasser für seine Entwicklung des harmonischen Systems der Alten in jenem Schema gefunden, welches bewährter Ueberlieferung zufolge die hierhergehörigen Zahlentheoreme der Schule zu veranschaulichen bestimmt war. Es ist dies das sogenannte *Lambdoma*, eine dem griechischen Buchstaben Lambda Λ entsprechende Figur, an deren Spitze die Einheit und auf deren Schenkeln rechts und links absteigend die Reihe der Ganzzahlen und der Aliquotbrüche geschrieben standen. Diese Figur ist schon im ersten Abschnitte einer älteren Quellen entnommenen Sammlung pythagorisch-platonischer Aussprüche über die ersten zehn Zahlen, welche unter dem Titel: „Die Theologumena der Arithmetik“ auf uns gekommen und, wie der Verfasser glaubt, von Nicomachus*) herrühren, erwähnt und unter Beziehung auf ein früheres Werk deutlich beschrieben, ohne jedoch im Bilde beigefügt zu sein. Dies findet sich dann in der von Tennulius herrührenden Ausgabe des Jamblichus (S. 15 ff.) mit einer freilich ganz verunglückten Explication des Herausgebers abgedruckt. Die von Jamblichus selbst gegebene Erklärung des Diagrammes aber lautet nach der Wiedergabe des Verfassers wie folgt:

„Nehmen wir vorab die Einheit und beschreiben, wie von einem Winkel derselben aus, eine Figur in Gestalt des Lambda und füllen die eine Seite der Reihe nach mit den an die Einheit sich anschliessenden Zahlen, soweit fortschreitend, als wir eben wollen, z. B. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 u. s. w.; die andere Seite aber, beginnend von dem grössten der Theile, welcher das seiner Grösse nach dem Ganzen zunächst liegende Halbe ist, der Reihe nach mit den hieran sich anschliessenden Theilen $1/3$, $1/4$, $1/5$, $1/6$, $1/7$ u. s. w.; so wird sich unsern Blicken das erwähnte Wechselspiel des einander Ausgleichenden zeigen (τὴν εἰρημένην ἀντιπεπόνθησιν ὀψόμεθα), und wir werden jenes Gleichgewicht des Mitverknüpften (συνάρτησιν) und das wohlgegliederte Verhältniss (εὔτακτον σχέσιν) sehen, welches wir eben bezeichneten. Und dieweil das Ganze, in Zwei getheilt, Hälfte genannt wird, so zeigt sich als ein Zwiegespann gleichsam das Halbe und die Zwei. Ebenso verhält es sich, wenn aus der Theilung in Drei das Drittel, und aus der Theilung in Vier das Viertel entsteht. Und so geht es weiter bis zum Hundertstel, Tau-

---

*) Andere legen sie dem Jamblichus bei. Vergl. Schoell's Geschichte der griechischen Literatur, II. Bd., S. 636. *H.*

sendstel und Zehntausendstel, und zeigt sich so in zwingender Weise hier recht die Nothwendigkeit der ins Unendliche gehenden Zerschneidung um der anderseits ins Unendliche sich ausdehnenden gleichnamigen Mehrung willen.“ Nach einigen weiteren Zahlenbeispielen heisst es dann: „Und überhaupt — mögen wir von der einen oder andern Seite beginnen — es bleibt im Ansichselbigen das Verhältniss (ἐν αὐτῷ ἐκείνῳ ὁ λόγος μένει) und zu einer jeden der Zahlen, so viele ihrer sich irgend an einander reihen, wird aus dem Ganzen gefunden werden auch dieselbe Beziehung der umgekehrten Werthe seiner Theile (ἐκ παντὸς καὶ ἐπὶ τῶν ἀντιστρόφων μερῶν εὑρεθήσεται ἀναλογία).“

Dieses Lambdoma nun, welchem, sowie es uns überliefert worden, offenbar noch die Füllung — nach antikem, specifisch harmonikalem Ausdruck — „das Pleroma“ fehlt, wurde zwar auch von Boethius, der eine richtige Abbildung von demselben gibt (*de mus.* III. 19), unter Berufung auf Nicomachus zur Vergleichung der musikalischen Consonanzen verwerthet; er scheint aber dabei durch falsche exoterische Anschauungen verleitet, in die Irre gegangen zu sein. Die richtige Füllung ergibt sich, wie der Verfasser gezeigt hat, aus der bisher entwickelten Methode ganz von selbst und besteht lediglich in der Zusammen- und Gegenüberstellung der arithmetischen und harmonischen Reihen, wie sie auf Grund physikalisch-akustischer Gesetze aus einem ganz elementaren Calcül hervorgehen. Ein Blick auf die vortrefflich ausgeführten Tafeln, welche dem Werke beigegeben sind, wird besser, als jede Beschreibung, die sich kreuzende Umkehrung des Theiligen und Nichttheiligen, sowie jene unzertrennlich und einheitlich verbundene Gestaltung dieser „Tongebilde“ zur Anschauung bringen. Die Reihen dieses Pleromas, welche von der Einheit sich wie Strahlen eines Sternes verbreiten*), tragen in ihrem Schoosse die ganze Fülle der consonirenden Accorde, und zeigen aufs Deutlichste das nähere oder entferntere Verhältniss, den Grad der Verwandtschaft würden wir sagen, in welchem sie zu einander stehen. Wie sich in der Folge bei erweiterter Entwicklung derselbigen Rechnungsmethode auch die wesentlichen dissonirenden Harmonien, sowie die chromatischen und enharmonischen Zwischenstufen dem System einreihen, werden wir weiter unten zu zeigen haben.**)

Damit wir jedoch das Hauptziel der Untersuchung nicht aus den Augen verlieren, ist es nunmehr erforderlich, die früher bereits angedeuteten philosophischen und symbolischen Gesichtspunkte mit den bisher gewonnenen technischen Resultaten wiederum in Verbindung zu bringen. Am leichtesten und anschaulichsten werden wir dies erreichen, wenn wir die Kraft der neuen Erklärungsversuche an einigen der schwierigsten, speciell hierher gehörigen Fragen in der altpythagorischen Lehre erproben. Wir wählen zu diesem Ende die berühmten zehn Gegensätze der Pythagoräer und die Stelle des platonischen Timäus, in welcher die Ordnung des Weltalls unter dem Symbol eines Systems der Harmonie dargestellt wird. Bei der grossen Wichtigkeit und dem unbestreitbaren Interesse, welche diese beiden Punkte sowol für die vorliegende Untersuchung, als auch für die Geschichte der alten Philosophie haben, nehmen wir keinen Anstand, denselben eine etwas ausführlichere Besprechung zu widmen.

---

*) Der Verfasser erinnert wol nicht ohne Grund an „den Stern des Pleromas“ der Gnostiker.

**) Dass die Rechenkunst der Pythagoräer vom Verfasser nicht etwa überschätzt werde, erhellt schon daraus, dass ein Zahlensystem mit Stellenwerth bei ihnen üblich war, in welchem bewährte sachkundige Autoritäten, wie z. B. Chasles, Nesselmann u. a. unser sogenanntes indo-arabisches erkannt haben. Ausführliches hierüber, sowie die Einrichtung der pythagorischen Rechentafel (von den Späteren *abacus* genannt) möge man im Werke selbst (pag. 143 ff.) nachsehen. *H.*

Aristoteles erwähnt im Anfange seiner Metaphysik (I. Cap. 5) unter den übrigen Vorgängern der Philosophie von Thales an auch der Pythagoräer und glaubt, dass sie durch ihre Vorliebe für die Mathematik verleitet worden seien, die Zahl, welche in dieser Wissenschaft mit Recht die erste Stelle einnehme, auch in philosophischer Beziehung für das reale Grundprincip der Dinge zu halten. Er wiederholt dann den uns schon bekannten exoterischen Satz von den graden und ungraden Zahlen, wie nämlich diese begränzt, jene unbegränzt, wie die Einheit Beides enthalte, aus ihr aber die Zahlen hervorgegangen seien, von welchen dann gesagt werde, dass aus ihnen der ganze Himmel bestehe. Andere aus derselben Schule hätten nun behauptet, dass es zehn Grundprincipien gebe, welche nach ihrem wechselseitigen Verhältniss in einer Doppelreihe zusammengestellt, folgendermassen lauteten:

1) Gränze und Unbegränztes.
2) Ungrades und Grades (d. i. also Nichttheiliges und Theiliges).
3) Eins und Vieles.
4) Rechtes und Linkes.
5) Männliches und Weibliches.
6) Ruhendes und Bewegtes.
7) Grades und Krummes.
8) Licht und Finsterniss.
9) Gutes und Böses.
10) Quadrat und Rechteck.

Auf eine nähere Erörterung der Bedeutung und des innern Zusammenhanges dieser Gegensätze unter sich geht Aristoteles nicht ein, und so blieb das Räthsel im Wesentlichen bis heute ungelöst. Nur so viel ersehen wir aus seinen kurzen Bemerkungen, dass es sich hier um die wichtigsten Fundamentalsätze der pythagorischen Schule handeln müsse.

So weist denn auch der erste und dritte dieser Gegensätze auf jene bereits besprochenen, von Nicomachus und Jamblichus als pythagorisch überlieferten Grundbegriffe der alten Zahlentheorie ganz unzweideutig hin. Unter dem Begriff der „Gränze an sich“ (τὸ πέρας) wurde die Einheit verstanden, das Sichselbstgleiche und wie ein organisches Ganze in sich Abgeschlossene, welchem das Mannichfaltige, das schlechthin Verschiedene, das Anderssein als „Unbegränztes“ (ἄπειρον) sich gegenüberstellte. Dieses Verhältniss fassten die Alten unter dem Begriffe „der unbestimmten Zweiheit“ (ἀόριστος δυάς) zusammen, womit dann zugleich, weil die Zwei nothwendig die Einheit zur Voraussetzung hat, auch die Function dieser letzteren als Zeugerin der Zahlen und ihre „unwandelbare Wurzel“ angedeutet war. Wird der Nachdruck auf diesen mit dem Begriffe der Einheit verbundenen Gedanken des Unwandelbaren, immer Sichselbstgleichen gelegt, so tritt uns sofort die Idee „des wahrhaft Seienden und Ewigen“, im Gegensatze zu dem nur „abgeleiteten“, mithin wandelbaren und mannichfaltigen Sein entgegen; eine Betrachtung, welche weit über die Zahlentheorie hinausragt und bereits mitten im Gebiete der Metaphysik liegt. Es kann nun freilich schon aus Mangel an ausführlichen Ueberlieferungen nicht davon die Rede sein, den vollständigen directen Beweis führen zu wollen, dass die Pythagoräer diese Verbindung dialectisch vollzogen hätten, etwa in ähnlicher Weise, wie dies von Plato namentlich im „Staate“ und „Timäus“ geschehen. Die Intention der Schule aber, nicht blos bei der zahlentheoretischen und naturphilosophischen Bedeutung jenes Satzes und seiner Folgerungen stehen zu bleiben, sondern dieselbe — und wäre es auch nur symbolisch — für die annähernde Vermittelung des seiner Natur nach unergründlichen Gegensatzes des Unendlichen und Endlichen sogar auch in ethischer Beziehung zu

verwerthen, wird sich im Verlaufe der Untersuchung immer deutlicher herausstellen. Um nun die Bedeutung der zehngliedrigen Tafel im Einzelnen zu veranschaulichen, brauchen wir nur auf jene Fundamentalreihe der theiligen und nichttheiligen Zahlen zurückzugehen, welche dem ganzen harmonikalen Systeme zu Grunde gelegt wurde:

$$\frac{1}{\infty} \text{ — — — } \frac{1}{3}\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{1}\ \frac{2}{1}\ \frac{3}{1} \text{ — — — } \frac{\infty}{1}.$$

Während sich also von der in der Mitte ruhenden Einheit die Vermehrung „nach demselbigen" (κατὰ ταὐτό) bis ins Unendlich fortsetzt, ist es bei dem Zuwachs nach Einheiten doch immer wieder die Einheit selbst, welche jedesmal einen Einschnitt, eine Gränze macht und die Reihe nach rechts hin als Bild einer wachsenden Menge discreter Dinge erscheinen lässt. In diesem Sinne trägt die Reihe der Ganzzahlen, „das Nichttheilige", die Begränzung in sich. Die Theilung aber innerhalb „der Gränze", welche die Reihe links ausdrückt, zeigt zunächst nicht diese trennenden Einschnitte nach gleichen Zwischenräumen, sondern vielmehr eine bis ins unendlich Kleine fortschreitende Verminderung, bei welcher die von Anfang an ungleichen Differenzen der einzelnen Reihenglieder immer mehr sich einander nähern, bis sie endlich in stetiger Abnahme und bei allmäligem Hinschwinden aller Grösse gleichsam einen ununterbrochenen Fluss unmessbarer Differenziale darstellen. In diesem Sinne mochte das Theilige (τὸ ἄρτιον) ein Unbegränztes genannt werden. Die unendliche Vielheit aber, wie sie auf freilich verschiedene Weise in beiden Reihen sich manifestirt, bildet dann als Gegensatz zur Einheit und mit derselben wiederum die unbestimmte Zweiheit, in welcher die idealen Endpunkte $\frac{1}{\infty}$ und $\frac{\infty}{1}$ alsdann beide Ausdruck des Unendlichen, Unbegränzten also eines πλῆθος ἄπειρον sind, welches dem „Eins" sich gegenüberstellt. Hiernach dürfte die Bedeutung der drei ersten Gegensätze klar sein. Dass die nun folgenden Ausdrücke „Rechtes" und „Linkes" über die blos äusserliche Bezeichnung der beiden Seiten unserer Reihe hinaus auf die in entgegengesetzter Richtung sich vollziehende Zeugung des Dur- und Mollgeschlechtes — dieses von Oben nach Unten, jenes von Unten nach Oben — hinweisen, wird man aus der frühern, hierauf bezüglichen Darlegung dieses Verhältnisses leicht erkennen. Auch ist nicht ausgeschlossen, an die symbolisch-ethische Bedeutung zu denken, welche beiden Worten in so prägnanter Weise zu allen Zeiten beigelegt worden ist. In welchem Sinne der fünfte Gegensatz, das Männliche und Weibliche nämlich, aufzufassen sei, haben wir bereits zur Genüge dargethan.

Der sechste Gegensatz des Ruhenden und Bewegten scheint auf jenes grosse Problem des Ursprunges der Bewegung zu deuten, welches auch Aristoteles als Ausgangspunkt der metaphysischen Naturbetrachtung erkannt hat. Wir dürfen jedoch in unserm Satze nicht etwa lediglich den Ausdruck für jenen Dualismus der Bewegung einerseits und des von derselben verschiedenen trägen Stoffes anderseits finden wollen; vielmehr deutet dessen erstes Glied, als Analogon „der Gränze" und „des Eins" vor Allem auf den Begriff „des ewig Unbewegten", von dem alle Bewegung ihren Anstoss zu empfangen hat. Nun ist freilich auch der Widerstand, welchen der Stoff, als Träger der Bewegung, dieser selbst entgegensetzt, wiederum als Kraftäusserung, mithin ebenfalls als eine Art von Bewegung aufzufassen, die nicht minder, wie jene erste aus dem gemeinschaftlichen Urgrunde abzuleiten sein wird. In dem „Ruhenden" also, dem für sich selbst Unbewegten, aber nach zwei Seiten hin Bewegung erzeugenden Einen also, finden jene beiden sich sowol gegenseitig bedingenden, als auch wieder aufhebenden Kraftäusserungen ihre Vermittlung. Am klarsten erkennen wir dieses Verhältniss in jener rythmischen Bewegung der Molecüle, die sich den Sinnen als Schall, Wärme, Electricität und

endlich als Licht offenbart. Rhythmisch nennen wir dieselbe, weil sie aus Schwingungen besteht, welche, ihrer Zahl nach, der Zeit proportionirt sind und also immer nach einer Zeiteinheit gemessen und unter einander verglichen werden können. Diese Art der Molecularbewegung verdankt in gleicher Weise, wie die Pendelschwingung, ihre Entstehung einer Aufhebung des Gleichgewichts der Massentheilchen und dem Bestreben dieser letzteren, vermöge der sogenannten Elasticität in die ursprüngliche Lage wieder zurückzukehren. Die Grundform dieses Vorganges, die Welle also, setzt sich aus zwei einander direct entgegengesetzten Bewegungsmomenten zusammen, ohne welche sie überhaupt nicht gedacht werden kann. Und gleichwie das Product zweier entgegengesetzten (reciproken) Werthe die Einheit, so ist auch bei dieser Bewegungsart das Endresultat wiederum das Gleichgewicht, die Ruhe. Dies führt denn ganz von selbst auf unsere Zahlenreihe, deren Grundidee auch hier die Realität vollkommen wiederspiegelt.

Von der Einheit nämlich, als dem zu Grunde liegenden Gemässe, ausgehend, zeigen sich in den Perissoszahlen zunächst die Werthe der musikalischen Klangverhältnisse, also der Schwingungsmengen. Von Stufe zu Stufe steigend entzieht sich, auf einer gewissen Höhe angelangt, die Bewegung dem Gehörsinne, um nach längerem, für die Sinne nicht unmittelbar wahrnehmbaren Durchgange endlich in billionenfacher Vermehrung die Verhältnisse der siebenfarbigen Lichtscala zu erreichen. Die Reihe der Artioszahlen dagegen veranschaulicht uns in ihren stetig sich mindernden Werthen die hemmende Wirkung des seiner Natur nach trägen Stoffes, durch dessen Widerstand auch der hellste Lichtglanz ohne fortwährende Erneuerung bald verlöschen und aller Klang, nachdem der Ton in immer tiefere Regionen hinabgestiegen, endlich auch verstummen muss, wo dann die immer geringer werdenden Schwingungsmengen nur noch zur Erzeugung jener handgreiflicheren Wellenform ausreichen, wie wir sie in dem gröbern Elemente sich bilden sehen. Konnte hiernach die rechte Seite, die Perissosreihe als Symbol des Lichtes gelten, so bot die linke in der Artiosreihe das der Finsterniss, und es wird uns, die wir ja an die bildliche Sprache des alten und neuen Testaments von Jugend auf gewöhnt sind, weiter nicht befremden, dass auch den Pythagoräern, wie wir aus der vorletzten Kategorie ihrer Tafel ersehen, die Anwendung auf den ethischen Gegensatz „des Guten und Bösen" geläufig gewesen ist. Die Vergleichung der ganzen Reihe, in deren Mitte die Einheit als Symbol der sühnenden nnd strafenden Dike erschien, mit dem Bilde einer Wage lag dann nahe genug.

Der siebente und der zehnte Satz endlich gehören offenbar der Mathematik an. Denkt man sich bei letzterem eine Quadratzahl, welche gleich ist dem Producte zweier ungleicher Factoren, also z. B. $a^2 = xy$, so hat man die Gleichung der gleichseitigen Hyperbel auf ihre Asymptoten bezogen. Das Verhältniss zwischen Abscissen und Ordinaten wird nun genau durch das der Ganzzahlen zu den Aliquotbrüchen ausgedrückt, so dass jede der ersteren als x gesetzt in dem entsprechenden reciproken Werthe sein zugehöriges y hat, und also in der That die Perissosreihe ebensowol die grade Abscissenaxe darstellt, wie die Endpunkte der auf ihr errichteten, ihrem Werthe nach durch die Artiosreihe bestimmten senkrechten Ordinaten den Lauf der krummen Linie, welche wir Hyperbel nennen, ganz exact angeben. Das constante Quadrat a^2 ist hierbei immer gleich der Einheit, wie das Product reciproker Werthe, und so weist der zehnte Satz zugleich auf die geometrische Proportion (mit der Einheit als Mittleren) hin, deren Wichtigkeit für die Harmonik wir bereits erkannt haben, und welcher wir an höchst bedeutsamer Stelle der im Timäus niedergelegten philosophischen Naturbetrachtung wieder begegnen werden.

Wenn wir uns hier behufs leichterer Verständigung einer Terminologie bedient haben, welche der Lehre von den Kegelschnitten entnommen ist, so soll damit nicht zugleich behauptet werden, dass dieselbe auch den Altpythagoräern in ihrem ganzen Umfange bekannt gewesen sei. *) Bei ihrer Vorliebe aber für die geometrische Construction, welche sie grundsätzlich, wo es nur immer möglich war, auf alle Zahlenverhältnisse anwandten, kann es ihnen unmöglich entgangen sein, wie leicht sich die in Rede stehenden Beziehungen der arithmetischen, harmonischen und geometrischen Medietät auf dem Wege linearer Darstellung veranschaulichen lassen.

Man braucht nur auf einer in gleiche Theile nach Art eines Zollstabes getheilten geraden Linie an den Punkten 2, 3, 4 u. s. w. der Reihe nach Perpendikel von der Hälfte, dem Drittel, dem Viertel der Einheit u. s. w. zu errichten, und deren Endpunkte durch einen Handzug zu verbinden, um eine Curve zu erzeugen, von welcher sofort ersichtlich ist, dass sie sich jener Graden immer mehr nähert, ohne dieselbe jemals zu berühren.

In welcher Beziehung neben der Hyperbel auch noch die Parabel in den Kreis unserer Betrachtung gehört, kann nur mit Hülfe der bereits erwähnten harmonikalen Tafeln, welche dem Werke beigegeben sind, deutlich gemacht werden, und müssen wir auf diese sowol, als auf die am Ende des vierten Hauptstückes gegebenen Erläuterungen hiermit verweisen.

Nach dieser hoffentlich verständlichen Deutung unserer zehngliedrigen Tafel erscheint dieselbe nicht länger als eine unvermittelte Zusammenstellung trivialer Antithesen, sondern als der scharf markirte Grundriss eines tiefsinnigen philosophischen Systems, welches ausgehend von dem metaphysischen Begriffe des Seins und Werdens (Andersseins), die sinnlich wahrnehmbare Natur auf dem doppelten Wege des strengen Calcüls und der physikalischen Beobachtung erfasst, um sich dann zur Vermittelung des höchsten sittlichen Gegensatzes von Gut und Bös zu erheben. Dass hierbei die Form der Antithese gewählt wird, ist nicht etwa blos ein geistreiches Spiel, sondern der auch in diesen Grundzügen sich wiederspiegelnde formale Ausdruck der principiellen Anschauungen, welche diese philosophische Schule so bestimmt charakterisiren. Es geht dies u. a. ganz unzweideutig aus einem von Porphyrius uns aufbewahrten Bruchstücke des Heracleitos hervor, wo es heisst: „Da die Natur von dem Anderssein ihren Anfang hernimmt, so ist allerwärts das Doppelpfortige (τὸ δίϑυρον) zum Symbol derselben genommen worden; möge der Weg durch das Begriffliche führen, oder durch das Sinnliche; und im Sinnlichen durch die Natur des Unbewegten oder der bewegten Körper; und wieder durch die Wege des Unsterblichen oder Sterblichen; und die Mitte — dort die überirdische, hier die unterirdische; hier des Aufgangs, dort des Niedergangs; und hier die linke Seite, und dort die rechte, Nacht und Tag. Und darum heisst es: Den Bogen zwiefach spannend ist die Harmonie, die den Pfeil schiesst durch die Gegensätze. **)

Dieselben Fragen, welche uns hier in geheimnissvoller und bildlicher Sprache entgegentreten, hat Plato, nachdem er sich mehr und mehr in die pythagorische Lehre vertieft und ihre Anschauungen sich zu eigen gemacht, in seiner für alle Zeiten mustergültigen Darstellungsweise auf dialectischem Wege zu lösen versucht. Nachdem er im Gespräch „über den Staat“ dargethan, dass die Macht des Guten, wie sie für die Seele eine unbedingte sei, auch

---

*) Die Namen Ellipse, Parabel und Hyperbel werden auf einen Schüler des Archimedes, Apollonius von Perga zurückgeführt, welcher 246 v. Chr. zu Pergamum und Alexandrien lebte. Seine acht Bücher über die Kegelschnitte hat er gleichwohl sicher nicht ohne Vorarbeiten älterer Geometer verfasst (vergl. Schöll, Geschichte der griech. Literatur, Bd. II, pag. 234). *H.*

**) Vergl. *Harmonik. Symb.*, pag. 15.

in der politischen Verbindung der Menschen die allein massgebende Grundlage sein müsse, weist er im „Timaeus“ die Herrschaft derselben Idee in der Natur nach, wo sie dann als das harmonische Aufgehen der Theile im Ganzen erscheint. Das die Ordnung des Alls bedingende und erhaltende, von Gott erschaffene Princip, die Weltseele, wird demzufolge von dem als Pythagoräer eingeführten Hauptinterlocutor Timaeus ihrer Natur nach als ein der musikalischen Harmonie analoges Wesen dargestellt. Bei der Erschaffung des Weltganzen habe nämlich Gott gewollt, dass Alles ihm selbst möglichst ähnlich, also vollkommen gut werde. Da nun die Natur bestimmt sei, ein Sichtbares und Körperliches zu werden, so habe Dies nicht anders als durch Feuer, d. i. Licht, und Erde, d. i. das Feste, Betastbare, verwirklicht werden können. Beides sei aber ohne verknüpfendes Band nicht zu vereinigen gewesen, daher habe der Schöpfer nach jener Analogie *), welche ausdrücklich als der Bänder schönstes bezeichnet wird, die Luft und das Wasser als verbindende Mittelglieder eingeschaltet. Dem vollendeten kosmischen Leibe habe er sodann in seiner Mitte die Seele eingepflanzt, welche bereits früher geschaffen, als das Aeltere und Vorzüglichere, jenem zum Herrscher bestimmt und zwar auf folgende Weise wäre zusammengefügt worden:

„Aus dem nichttheiligen (ἀμερίστου), immer sich selbst gleich verhaltenden Wesen, und aus dem an den Körpern entstehenden theiligen (μερίστης) mischte er (nämlich der Demirurg, Weltschöpfer) aus beiden zwischen ihnen eine dritte Art Wesen von der Natur des Sichselbstgleichen und des Andern, und stellte sie demgemäss in die Mitte des Nichttheiligen und des nach der Weise der Körper Theiligen. Und er nahm die Drei und mischte sie völlig zu Einem Urbilde (ἰδέαν) zusammen, indem er die Natur des Andern, da sie schwer zu vermischen war, mit Gewalt zu dem Sichgleichen fügte. Indem er die Mischung mittelst des „Wesens“ bewirkte und aus Dreien Eins machte, theilte er wiederum das Ganze in so viele Theile, wie ihm zukam, von denen jeder aus dem Sichgleichen, dem Andern und dem Wesen gemischt war.“

„Er begann aber die Theilung auf folgende Weise: Einen Theil nahm er zuerst vom Ganzen, danach nahm er von diesem das Doppelte; als Drittes nahm er das Anderthalbfache des Zweiten, oder das Dreifache des Ersten; als Viertes das Doppelte des Zweiten; als Fünftes das Dreifache des Dritten; als Sechstes das Achtfache des Ersten; als Siebentes das Siebenundzwanzigfache des Ersten.“

„Hierauf füllte er die zwei- und dreifachen Abstände dadurch aus, dass er noch Theile von ihnen abschnitt und zwischen dieselben setzte, sodass in jedem Abstande zwei Mittelglieder waren, von welchen dieses um den gleichen Bruchtheil (μέρει) eines Endgliedes dasselbe übertraf, um welchen es von dem Andern übertroffen wurde; jenes aber um denselben Zahlenwerth (κατ᾽ ἀριϑμόν) übertraf (nämlich das eine Endglied), um welchen es (von dem andern) übertroffen wurde.“

„Nachdem aber anderthalbfache, vierdrittelfache und neunachtelfache Abstände aus diesen Bindegliedern in den ersten Abständen entstanden waren, füllte er mit dem Intervall des Neunachtelfachen alle Vierdrittelfachen aus, indem er von jedem derselben einen Theil übrig liess; wobei dann dieser übergangene Abstand des Theiles von Zahl zu Zahl die Verhältnissglieder 256 zu 243 hatte. Und so war denn die Mischung, aus welcher er diese Theile herausgeschnitten, bereits ganz verwendet.“

Wir haben die Stelle, soweit dieselbe hierher gehört, deshalb in ganzer Vollständigkeit und einer dem Originale sich möglichst anschliessenden Uebertragung wiedergegeben, um den

---

*) Nämlich der geometrischen Proportion. *H.*

Leser in Stand zu setzen, die sich aus der bisher geführten Untersuchung eigentlich von selbst ergebende Interpretation genau zu prüfen.

Dass Plato den Pythagoräer Timäus seine Lehre von der Weltseele nach Art eines Räthsels vortragen lässt, entspricht der ihm übertragenen Rolle vollkommen. Scheint es doch fast, als hätte er eine Probe ablegen sollen, wie man unter dem Scheine, die Weisheitslehre der Schule darzulegen, dennoch den wahren Kern der Sache verhüllen könne, so dass der Ungeweihte wenig mehr erfuhr, als er schon wusste. Ist es doch vielen Gelehrten ältern und neuern Datums nicht besser ergangen, wenn sie einerseits durch den Ausdruck „Wesen" (οὐσία) sich in diesmal weitabliegende metaphysische Irrgänge verlocken liessen, und andererseits in der wol nicht ohne Absicht so breit und pedantisch gehaltenen, übrigens ganz trivialen Aufzählung der musikalischen Intervallenverhältnisse, ausser leeren Octaven, Quinten und Quarten nichts Anderes zu entdecken wussten, als den grossen Ganzton nebst dem unvermeidlichen Ditonus. Mit diesem freilich sehr dürftigen Resultate aller bisherigen Interpretationen wolle man folgenden Versuch, den wahren Sinn des Räthsels in gemeinverständliche Sprache zu übersetzen, vergleichen.

Der Demiurg bildete zunächst aus dem Nichttheiligen, welches, wie wir wissen, die arithmetische Reihe der Ganzzahlen bedeutet, und dem Theiligen, welches in harmonischer Progression die unendliche Theilbarkeit des Räumlichen, Körperlichen ausdrückt, ein Drittes, nämlich die uns schon bekannte stetige geometrische Proportion, deren äusserste Glieder reciproke Werthe, und deren mittleres die Einheit ist. Die Elemente dieses dritten „Wesens" — „des schönsten aller Bänder" — sind aus dem Sichselbstgleichen, der Perissosreihe und dem „Andern", der Artiosreihe, genommen, und die neu gewonnene Proportion nimmt auch in der That jedesmal die Mitte unserer, beide Zahlengattungen umfassenden Fundamentalreihe, ein. Alle drei Medietäten sollen nun zu einer Einzigen Reihe verbunden werden, welche das harmonische System — denn lediglich hierauf zielt der ganze Calcül — vollständig umfasst. Unter dieser Reihe kann nur die geometrische, „das Wesen", verstanden werden, da nur durch dieses und in diesem die Mischung des Nichttheiligen und Theiligen sich vollzieht. Da aber das Letztere, die Bruchreihe oder „das Andere" mit dem Sichselbstgleichen, den Ganzzahlen, nicht so ohne Weiteres zu einer derartigen Reihe zu verbinden ist, musste „Gewalt" angewendet werden. Diese Gewalt bestand nun, wie wir aus den jetzt folgenden Zahlenangaben ersehen, in nichts Anderm, als dass die Zahlen 2, 3 und beziehlich $^1/_2$, $^1/_3$ zur null'ten, ersten, zweiten und dritten Potenz*) erhoben werden, welches dann folgende beide geometrische Reihen gibt:

$$\frac{1}{8}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{2}\ 1\ 2\ 4\ 8,$$

$$\frac{1}{27}\ \frac{1}{9}\ \frac{1}{3}\ 1\ 3\ 9\ 27,$$

oder in anderer Form:

$$2^{-3}\ 2^{-2}\ 2^{-1}\ 2^{0}\ 2^{+1}\ 2^{+2}\ 2^{+3}$$

$$3^{-3}\ 3^{-2}\ 3^{-1}\ 3^{0}\ 3^{+1}\ 3^{+2}\ 3^{+3},$$

wo 2^0 und $3^0 = 1$ ist, 2^{-1} und $3^{-1} = \frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ etc.

Die Verschmelzung beider Reihen war nunmehr leicht möglich. Man erinnere sich dessen, was oben über das Lambdoma gesagt worden ist. Lassen wir nämlich beide Reihen nach Art zweier geraden Linien sich in der Stelle der Einheit schneiden, so erhalten wir zwei solcher

*) Hat sich der räthselnde Pythagoräer vielleicht gar ein Spiel mit den Worten βία und δύναμις erlauben wollen? *H.*

Figuren, die im Scheitel verbunden sind. Man denke sich nun die Glieder jeder Reihe auf die Schenkelpaare verzeichnet, so zwar, dass in der oben beschriebenen Weise die Ganzzahlen (positive Potenzen) und die Brüche (negative Potenzen) sich immer rechts und links gegenüberstehen, und verbinde dann die senkrecht unter einander befindlichen Werthe in einer horizontalen Reihe zu ächten und unächten Brüchen, für welche die positiven Potenzen jedesmal die Zähler, die negativen aber die Nenner hergeben, so ist die Verschmelzung zu einer einzigen stetigen geometrischen Progression vollendet.

η $8 = 2^{+3}$						η' $\frac{1}{8} = 2^{-3}$
	δ $4 = 2^{+2}$				δ' $\frac{1}{4} = 2^{-2}$	
		β $2 = 2^{+1}$		β' $\frac{1}{2} = 2^{-1}$		
$\eta^{\varkappa\zeta}$ $\frac{8}{27}$	δ^{ϑ} $\frac{4}{9}$	β^{γ} $\frac{2}{3}$	2^0 α 1 3^0	γ^{β} $\frac{3}{2}$	ϑ^{δ} $\frac{9}{4}$	$\varkappa\zeta^{\eta}$ $\frac{27}{8}$
		γ' $\frac{1}{3} = 3^{-1}$		γ $3 = 3^{+1}$		
	ϑ' $\frac{1}{9} = 3^{-2}$				ϑ $9 = 3^{+2}$	
ϰζ' $\frac{1}{27} = 3^{-3}$						ϰζ $27 = 3^{+3}$

In vorstehendem Diagramme haben wir versucht, die übrigens sehr einfache Rechnungsoperation nach den Intentionen des Verfassers zu veranschaulichen. Die griechischen Zahlzeichen sind zur Vergleichung beigefügt. Schreibt man die horizontale Reihe in Potenzen, also:

$$\frac{2^3}{3^3},\quad \frac{2^2}{3^2},\quad \frac{2^1}{3^1},\quad \frac{2^0}{3^0} \;=\; 1 \;=\; \frac{3^0}{2^0},\quad \frac{3^1}{2^1},\quad \frac{3^2}{2^2},\quad \frac{3^3}{2^3},$$

so ergibt sich auch fürs Auge, dass jedes Glied sich lediglich aus Elementen der beiden Fundamentalreihen 1, 2, 3 und 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ zusammensetzt, und dass mithin die Mischung des „Sichgleichen und des Andern mit dem Wesen" genau nach der Vorschrift unseres Pythagoräers vollzogen worden ist.

Die sieben Glieder der verbundenen Reihe stehen unter sich im Verhältnisse von 2 : 3, bilden also musikalisch eine sogenannte Quintenprogression. Wählen wir diesmal den Ton *d* als Einheit, so ergeben sich die Stufen:

$$\frac{8}{27}\,\underline{F},\quad \frac{4}{9}\,C,\quad \frac{2}{3}\,G,\quad 1\;d,\quad \frac{3}{2}\,a^{\wedge},\quad \frac{9}{4}\,e^{\wedge},\quad \frac{27}{8}\,h^{\wedge}\,{}^{*}),$$

welche in den Umfang einer Octave zusammengezogen, die diatonische Scala darstellen würden.

Der Demiurg geht nunmehr zur Ausfüllung der Abstände zwischen den aus dem Zwei- und Dreifachen **) gebildeten Gliedern der Reihe über. Dies wurde nach dem Wortlaut unseres

---

*) Durch das Zeichen ^ wird die hohe enharmonische Spannung, durch ˬ das umgekehrte Verhältniss angedeutet.

**) In diesem Sinne sind die Worte: „ξυνεπληροῦτο τά τε διπλάσια καὶ τριπλάσια διαστήματα" zu interpretiren.

Textes durch Interpolirung der harmonischen und arithmetischen mittleren Proportionale bewirkt. Erstere gibt die reine Mollterz, letztere die Durterz, wie eine leichte Rechnung zeigt.*) Beide Intervalle werden jedoch als esoterisches Geheimniss nicht genannt. Dagegen ist um so weitläufiger die Rede vom Anderthalbfachen, Vierdrittelfachen und Neunachtelfachen, der Quinte, Quarte und dem grossen Ganztone, welcher dann in seiner Verdoppelung als Ditonus von der reinen Quarte abgezogen den enharmonisch kleinern Halbton, das sogenannte *Leimma*, übrig lässt. Die Exoteriker mochten sich hiermit um so leichter zufrieden geben, da die ihnen geläufigen Intervalle der Quarte und Quinte sich aus der harmonischen und arithmetischen Theilung der Octave ergaben, und ihre Differenz auch den grossen Ganzton aufwies. Hiermit scheinen sich dann die Interpreten aller Zeiten gleichfalls begnügt zu haben. Sie verfielen in den Fehler, die beiden Potenzreihen von 2 und 3 bei der „Füllung“ getrennt zu behandeln. Da ergab dann die Reihe 1, 2, 4, 8 die leeren Octaven d, $\bar{d}$, $\bar{\bar{d}}$, $\bar{\bar{\bar{d}}}$, in welche durch die vorgeschriebenen Medietäten dann die Töne g und a zu interpoliren waren. Die Duodecimenreihe 1, 3, 9, 27 dagegen, d, $\bar{a}$, $\bar{\bar{e}}$, $\bar{\bar{\bar{h}}}$, erhielt nach demselben Verfahren die Töne a, $\bar{d}$, $\bar{e}$, $\bar{a}$, $\bar{\bar{h}}$, $\bar{\bar{\bar{e}}}$, also eine blosse Wiederholung der schon vorhandenen. Abgesehen von der Unvollständigkeit einer solchen Füllung, bei welcher, wie wir gesehen, die beiden Terzen fehlen, bleibt bei dieser Auffassung der Umstand, dass die Verschmelzung des Theiligen und Nichttheiligen, wie es ausdrücklich heisst, der Füllung vorhergeht, gänzlich unberücksichtigt.

Offenbar hat die ganze Rechnungsoperation folgende drei Momente:

1) Die Verwandlung der arithmetischen und harmonischen Reihen in geometrische mittelst Potenzirung ihrer Glieder, behufs Verschmelzung derselben in Eine.

2) Die Ausfüllung der sechs Quintenabstände dieser neuen Reihe durch die beiden Terzen

3) Die Einfügung des grossen Ganztones, des Neunachtelfachen — durch arithmetische und harmonische Theilung der Octave gewonnen — in den Umfang der Quarten, wodurch alsdann das auch den Exoterikern wohlbekannte Element der Scalenbildung, nämlich das Tetrachord, seine Vollendung erhielt, und zugleich die Entstehung der enharmonischen Differenzen durch das Beispiel des *Leimma* angedeutet wurde.

Es ist klar, dass hier nicht nur die Grundzüge eines physikalischen Harmoniesystems vorliegen, sondern sogar auch die Methode angegeben ist, nach welcher dasselbe sich erweitern und vervollständigen lässt. Plato geht demnach weit über die Grenzen eines Gleichnisses hinaus und zielt auf einen viel engern, wesentlichern Zusammenhang zwischen den Gesetzen der Harmonie und der Ordnung des Kosmus, als derjenige ist, den man in einem mehr oder weniger zutreffenden poetischen Bilde finden möchte. Nun haben wir bei Gelegenheit der pythagorischen Tafel bereits daran erinnert, dass die Schallbewegung hinsichtlich der Zahl ihrer Schwingungen in derselben Zeiteinheit zwischen der Vibration des Lichtes und derjenigen der Welle in einer tropfbaren Flüssigkeit gewissermassen die Mitte hält. Es kann daher die Einheit, von welcher unsere harmonikalen Zahlenreihen steigend und fallend ihren Ausgang nahmen, und in welcher sie sich zufolge „einer wunderbaren Ordnung kreuzten“, für die ideale Betrachtung sehr wohl als Mittelpunkt aller kosmischen Bewegung gelten. Hiernach erscheint dann das harmonikale Gebilde des Timäus als die dem Ausgangspunkte dieser Bewegung zunächst liegende Sphäre für die Wirkung jenes den Stoff belebenden Hauches, von

*) Die arithmetische Mittlere zwischen dem Quintenverhältniss $1 : \frac{3}{2}$ gibt $\frac{5}{4}$, mithin, wenn $d = 1$, den Ton *fis*, also die Durterz. Die harmonische Mittlere berechnet sich aus demselben Verhältniss $1 : \frac{3}{2}$ oder $\frac{10}{10} : \frac{15}{10}$ auf $\frac{12}{10} = \frac{6}{5}$, welches die Ration der Mollterz ist.

welchem Plato sagt, dass er von Gott in die Mitte des Weltkörpers gleichwie eine Seele eingepflanzt worden sei. Und wer möchte nicht gerne diesen tiefen Denkern auch darin folgen, dass sie in der so mächtigen, als geheimnissvollen Wirkung des zu höheren Kunstgebilden sich gestaltenden Klanges, welcher die Seele, ohne einer andern Vermittlung zu bedürfen, mit so unwiderstehlicher Gewalt ergreift, vorzugsweise eine Manifestation jener göttlichen Macht erblickten, von welcher alles Leben, alles Schöne und Gute sein Dasein empfängt? Lesen wir doch in einer noch weit ehrwürdigern Quelle, dass nicht im Sturmwinde, nicht im Erdbeben, nicht im gewaltigen Feuer, sondern „im Säuseln einer sanften Luft" sich Gott seinem Propheten kund gethan habe. *)

Nach einer alten Tradition soll Pythagoras die Lehre von der ewigen „Monas" und „der unbestimmten Zweiheit" während seiner Gefangenschaft in Babylon **) von einem Chaldäer, Zaratas oder Zabratos, empfangen haben, in welchem Einige den Zoroaster erkennen wollen. Mag nun auch diese Legende, trotzdem, dass Plutarch und Porphyrius — letzterer unter Berufung auf Diodoros von Eretria und Aristoxenos — sich für dieselbe verbürgen, nicht hinreichend beglaubigt erscheinen, so beweist dieselbe doch, wie verbreitet im Alterthum die Meinung war, dass Pythagoras aus orientalischen Quellen geschöpft habe. Auch von vielen neuern Gelehrten wird diese Ansicht theils ausdrücklich vertreten, theils mindestens für wahrscheinlich erklärt. ***) Insbesondere weist die streng monotheistische Anschauungsweise der pythagorischen Schule, welche zu dem herrschenden religiösen Glauben der Zeit in so unversöhnlichem Gegensatze stand, unverkennbar auf die mosaische Ueberlieferung hin. Ist es denn so unwahrscheinlich, dass die gewaltige Kunde von dem Einen allmächtigen Schöpfer des Himmels und der Erde sammt ihren wunderbaren Verheissungen hie und da auch über die Gränzen jenes kleinen Volkes, dem sie zunächst anvertraut war, hinaus erklungen wäre? Und von der Prophetenschule lässt sich vollends kaum annehmen, dass ihre Wirksamkeit dem Heidenthum ganz und gar unbekannt geblieben sei. Für einen Geist aber, wie der des Pythagoras war, bedurfte es nur eines Strahles vom Lichte der Wahrheit, um ihn zu erleuchten, zu befruchten und dann für immer festzuhalten.

Noch andere Sagen scheinen sogar weit über Centralasien hinaus auf Verbindungen mit dem fernsten Osten zu deuten. Jamblichus erzählt nämlich, es sei einst aus dem Lande der Hyperboräer ein alter Sonnenpriester, Abaris mit Namen, nach Südwesten gewandert, um die Weisheit der Griechen kennen zu lernen. Auf seiner Rückkehr sei dieser Weise mit Pythagoras zusammengetroffen, und von diesem sofort, ohne vorgängige Prüfungszeit, Belehrung oder Reinigung irgend einer Art, mit seinen geheimsten Lehren bekannt gemacht worden, „vieles über die Natur und über die Götter mit ihm verhandelnd". Will man den Spuren dieses Mythus in der angegebenen Richtung folgen, so hindert nichts, bei der Unbestimmtheit des geographischen Begriffs, welchen die Alten mit dem „Lande der seligen Hyperboräer" verbanden, zugleich auch an „das himmlische Reich" und seine Bewohner zu denken. Zur Zeit des Pythagoras aber begegnen wir dort schon einer historisch hinreichend legitimirten Weisheitslehre †), welche, wie

---

*) III. Buch der Könige, Cap. 19, Vers 11 u. 12.

**) Er konnte also, wenn die Anekdote auf Wahrheit beruht, zugleich mit jüdischen Gelehrten, die nach der Befreiung durch Cyrus dort zurückgeblieben, verkehrt haben. *H.*

***) Vergl. u. a. Creuzer's *Symbol.* Dritte Aufl., I, pag. 197. — Boeckh, *Philol.*, p. 118. — Müller u. Steinhart, Plato's sämmtliche Werke, Bd. VI, pag. 353, Anmerkung zum Kritias. — Curtius, Griech. Geschichte, I, pag. 562. *H.*

†) Ausführliche Quellenangaben findet man *Harm. Symb.* 14 u. ff., pag. 78 u. ff., sowie an mehreren andern Stellen des Werkes.

sich bald ergeben wird, mit der griechischen eine so überraschende Aehnlichkeit hat, dass nur die Wahl zwischen der Annahme einer gemeinschaftlichen Bezugsquelle oder der viel unwahrscheinlicheren Voraussetzung eines lange Zeit hindurch fast übereinstimmenden philosophischen Entwicklungsganges innerhalb zweier so weit von einander getrennten Volksstämme übrig bleibt.

Ganz in derselben Weise, wie bei den Pythagoräern, finden wir „den Gegensatz einer urältesten, halbverklungenen, esoterischen und einer aus dieser hervorgegangenen, unverkennbar später erst herrschend gewordenen exoterischen Lehre und Darstellungsweise" auch bei den Chinesen wieder. Lao-tseu, welcher, im Jahre 604 v. Chr. geboren, bereits ein Greis war, als Confucius seine Laufbahn begann, bezeugt nach dem Berichte des Letzteren ausdrücklich, dass er den Inhalt der von ihm vorgetragenen Lehre aus esoterischen, uralten Quellen geschöpft. Seine Darstellungsweise ist gleich der des Pythagoras und Herakleitos durchweg änigmatisch.

Die Grundzüge der Lehre, wie wir dieselbe hier nach der gründlichen Darlegung des Verfassers in gedrängter Uebersicht wiederzugeben versuchen, sind vorzugsweise den von Confucius aus älteren Quellen zusammengetragenen Commentaren zum Buche Y-king *) entnommen, dem ältesten der canonischen Bücher der Chinesen.

Das oberste Princip aller wechselnden Gestaltungen und Wandlungen der gewordenen Dinge, welches denselben zugleich ihre Besonderheit und Begränzung verleiht, wird Taiki (*summus terminus*) genannt. Aus ihm, als dem Urgrunde, gehen zwei unbegränzte, gestaltlose Principe, die Ou-ki, hervor, von denen das eine Yang, das andere In heisst. Jenes ist Ausfluss der himmlischen Materie, wirkt Zeugung, Kräftigung, Erhaltung, ist überhaupt Quelle der Bewegung, wird daher auch das Männliche, das Leuchtende genannt, und symbolisch durch die Form des Runden bezeichnet. Dieses bedeutet die Erdmaterie, Zerstörung, Auflösung, daher auch das Weibliche, Dunkele, Erduldende, und wird typisch als quadratisch, kantig und eckig dargestellt. Aus der Mischung beider Principe empfängt alles Körperliche Bestand, Figur und Farbe. **) Ueber beiden steht als Nichtkörperliches *Tao* die Vernunft (*logos*, Wort), sowie noch vor dem Gegensatze des Begränzenden und der Unbegränztheit (*Taiki* und *Ouki*) als höchster Herrscher des Himmels, als Gott: *Chang-ti* gesetzt wird.

Tai-ki, die Urquelle, wird ausdrücklich als „Einheit" bezeichnet und diese als Zeugerin der Vielheit. „Eins hat Zwei hervorgebracht, Zwei hat Drei hervorgebracht" — sagt Lao-tseu, und einer der Commentatoren bemerkt hierzu: „Diese Worte bedeuten soviel, als: Eins hat sich getheilt in *Yang*, das männliche Princip und *Yn*, das weibliche. Es haben diese beiden sich verbunden, und aus ihrer Verbindung ging (als drittes) die Harmonie hervor. Der Hauch der Harmonie (*Ki-ho*) aber hat sich verdichtend alle Wesen hervorgebracht." Glaubt man nicht einen Pythagoräer zu hören?

Nach der in den heiligen Büchern der Chinesen enthaltenen Sage entsprach diesen philosophischen Anschauungen ein System von Zeichen, mittelst dessen die Grundregeln der Welt und aller das menschliche Leben erfüllenden Dinge in der Wechselseitigkeit (*siang*) ihrer Beziehungen sich bedeutsamer und eindringlicher hätten aussprechen lassen, als es durch weitläufige mündliche oder schriftliche Auseinandersetzung möglich ist.

---

*) Y-king besagt so viel, als „canonisches Buch der Wandlungen"; also gewissermassen wörtlich dasselbe, wie die Titelüberschrift des ältesten hebräischen, kabalistischen Buches *Sepher J^ezirah*, welche ebenfalls am zutreffendsten durch „Buch der Bildungen" oder „Buch der wechselnden Gestaltungen" übersetzt wird. *Harm. Symb.*, pag. 79 Anmerkung.

**) Sehr ähnlich der peripatetischen Lehre von der *materia prima* und *forma substantialis*. *H.*

Das Symbol des *Tai-ki* war eine grade Linie mit einem Kreise darüber. Die aus ihm fliessenden Principien *Yang* und *Yn* wurden durch eine gerade ungetheilte und eine getheilte Linie ausgedrückt. Durch Verdoppelung dieser Linien entstanden vier Zeichen, welche bei Confucius die vier *Se-siang*, d. i. *reciproca* heissen und von den Commentatoren in folgender Weise dargestellt werden:



Die erste dieser Figuren wird das grosse *Yang* genannt und versinnlicht als „Himmelszahl" namentlich die Macht des Lichtes; die letzte vertritt dann als „Erdenzahl" das Dunkele, nicht leuchtende Irdische. Die zweite ist das kleine *Yang*, die dritte das kleine *Yn*. Aus der Stellung der Linien ist klar, dass die beiden äussern und die beiden innern Zeichen reciprok sind; wir haben also wie beim Timäus unter der allgemeinen Form der geometrischen Proportion eine Vierzahl von Elementen vor uns, aus deren Mischung und Wechselspiele hier wie dort die Harmonie und mit ihr die Ordnung des Alls entwickelt wird. Durch Hinzufügung einer dritten Linie entstehen dann die sogenannten acht *Koua* (d. i. Figuren), welche schon durch ihre Namen, wie „Himmel, Feuer, Donner, Wasser, Erde" u. s. w. sich als Symbole kosmischer Elemente und Grundkräfte kundgeben. Diese acht dreigliedrigen Figuren werden endlich zu vier Hexagrammen verbunden, welche dann die eigentliche Grundlage für die harmonikale Zahlentheorie der altchinesischen Schule bilden. Ihre Gestalt ist folgende:



Das erste und letzte Hexagramm hätte unter dem Namen *Kien* und *Kouen* die symbolische Bedeutung der aus den beiden Urgründen *Yang* und *Yn* hervorgehenden creatürlichen Erscheinungen, also wiederum der Himmels- und Erdenzahl. Die mittleren, durch Wechsel der gebrochenen und ungebrochenen Linien gebildeten Figuren hiessen *Wei-ki* und *Ki-ki;* jenes ein Symbol des noch Unvollendeten, dieses des vollaus Vollendeten. Nach der von Confucius und anderen Commentatoren gegebenen Interpretation ist nicht zu bezweifeln, dass alle diese Figuren zugleich auch Zahlenverhältnisse ausdrücken, und mithin als eine höchst bedeutsame algebraische Zeichenschrift anzusehen sind, durch welche die Herleitung des Calcüls aus den Grundbegriffen der Naturphilosophie in ebenso sinnreicher als einfacher Weise veranschaulicht wird.

Bei der Uebertragung auf bestimmte Zahlenwerthe ist der Verfasser von folgenden festen Gesichtspunkten ausgegangen. Erstlich versteht es sich wol von selbst, dass für jede einzelne Linie, wie nach unserer Weise für die Buchstaben, jeder beliebige Werth gesetzt werden kann. Dann aber ist in der Doppelform dieser Linien, als dem Symbol für die Beziehung reciproker Werthe zu einander, nicht blos das Verhältniss der Ganzzahlen und Aliquotbrüche, sondern folgerichtig auch das der positiven und negativen Potenzen, wie wir oben gesehen, enthalten. Die Bedeutung dieser Signaturen geht mithin noch über diejenige unserer algebraischen Buchstaben, welche lediglich die absolute Zahl ausdrücken, hinaus, indem sie in dem Zeichen für den einzelnen Zahlenwerth zugleich dessen positiven oder negativen Charakter ohne andern Zusatz erkennen lässt. Endlich weist die Ordnung, in welcher die ganzen und getheilten Linien geschichtet sind, auf irgend ein Gesetz des Steigens und Fallens der jedesmaligen Zahlenwerthe selbst hin, weshalb denn auch den festen sechs Stellen der Hexagramme nicht minder

eine gewisse Bedeutung zuerkannt werden muss. — Nach dieser Verständigung über die Tragweite der Zeichen wird man der folgenden Deutung leicht folgen können.

Bezeichnet man jede der ungetheilten Linien des ersten Hexagrammes (*Kien*) von unten nach oben mit den natürlichen Zahlen von 1 bis 6, so werden die sechs gebrochenen Linien des letzten Hexagrammes (*Kouen*) in entsprechender Weise die reciproken Werthe erhalten müssen, so dass sich, wie beim Lambdoma Ganzzahlen und Aliquotbrüche der Ordnung nach gegenüberstehen. Beide Hexagramme können nun auch als sogenannte Facultätszahlen, 6! und beziehlich $\frac{1}{6}$! aufgefasst werden, was so viel heisst, dass die einzelnen Glieder jeder Reihe mit einander multiplicirt werden sollen. Führen wir diese kleine Rechnung aus, so haben wir für *Kien* $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 720$, und für *Kouen* $\frac{1}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6} = \frac{1}{720}$. Im zweiten Hexagramme (*Wei-ki*) begegnen wir unter Festhaltung der Stellenordnung von unten nach oben der Reihe: 1, $\frac{1}{2}$, 3, $\frac{1}{4}$, 5, $\frac{1}{6}$; im dritten Hexagramme (*Ki-ki*) der Reihe: $\frac{1}{1}$, 2, $\frac{1}{3}$, 4, $\frac{1}{5}$, 6. Werden die Glieder dieser beiden Reihen wiederum mit einander multiplicirt, so hat man für *Wei-ki*: $\frac{1 \times 3 \times 5}{2 \times 4 \times 6} = \frac{15}{48}$, und für *Ki-ki*: $\frac{2 \times 4 \times 6}{1 \times 3 \times 5} = \frac{48}{15}$. Die vier Hexagramme erscheinen hiernach in folgende Zahlenwerthe aufgelöst: *Kien* $\frac{720}{1}$, *Wei-ki* $\frac{15}{48}$, *Ki-ki* $\frac{48}{15}$, *Kouen* $\frac{1}{720}$, welche offenbar eine geometrische Proportion darstellen.

Auf harmonikale Verhältnisse bezogen, entspräche die Zahl $\frac{720}{1}$ *) der Oscillationsgeschwindigkeit eines Obertones der Primstufe $d = 1$, welcher nach unserm Tonsysteme als neun Mal gestrichenes *gis* zu bestimmen wäre, mithin der reciproke Werth $\frac{1}{720}$ als ein neun Mal unterstrichenes *As*. Beide Töne, welche weit ausserhalb des musikalisch verwendbaren Klanggebietes liegen, haben für das System nichtsdestoweniger die wichtige Bedeutung imaginärer Zeugetöne der Höhe und der Tiefe. Bildet man von diesen ideellen Tönen aus, sei es von oben nach unten, oder in umgekehrter Richtung durch Multiplication mittelst des Verhältnisses $\frac{2}{3}$ oder $\frac{3}{2}$ die Quintenprogression, deren Endglieder sie sind, und zieht dann die gewonnenen Stufen zu einer Octavenleiter in der Mitte des Systemes zusammen, so erscheint eine zwölfstufige chromatische Leiter von *As* bis *gis*, welche von der späteren Chinesen die Scala der zwölf *Eu* genannt wurde.**) Nicht ohne Bedeutung ist es, dass diese Leiter: *As*, *A*, *B*, *H*, *C*, *cis*, *d*, *es*, *e*, *f*, *fis*, *g*, *gis*, das erforderliche Chroma bis zu drei Kreuzen und drei *Be* enthält, dass also das System sich in denjenigen modulatorischen Grenzen bewegt, über welche hinaus die classischen Componisten des 16. Jahrhunderts in ihrer Anwendung des Chromas nicht gegangen sind. Dass ferner der Ton *d*, von welchem bei der Bestimmung der imaginären Zeugetöne ausgegangen wurde, auch wieder die Mitte der zusammengezogenen Scala bildet, folgt aus dem eingeschlagenen Rechnungswege von selbst. Wir heben diesen Umstand gleichwol hervor, weil aus der Stellung, welche diese Tonstufe in der diatonischen Scala einnimmt, sich in der Folge für die Lehre vom Tetrachord und insbesondere der dorischen Form desselben höchst wichtige Folgerungen ergeben werden.

Die Zahlenwerthe der beiden mittleren Hexagramme ergeben für $\frac{15}{48}$ den Ton $\underline{Fis}$ und für $\frac{48}{15}$ den Ton $\bar{b}$, welche beide innerhalb der Gränzen des wirklich verwendbaren Klanges liegen und die Endglieder einer Quartenprogression sind; deren Stufen durch Octaventransposition einander nahe gerückt die Scala: $A^{\wedge}$, *B*, $H^{\wedge}$, *c*, *d*, $e^{\wedge}$, *f*, $fis^{\wedge}$, *g* bilden.

---

*) Streng genommen $\frac{729}{1}$. Die enharmonischen Differenzen werden erst später bestimmt. Vergl. *Harm. Symb.*, S. 89.

**) Die allen Zweifel beseitigende directe Beweisführung findet man *Harm. Symb.*, S. 106.

Dieselbe enthält ausser den sieben diatonischen Stufen $A^{\wedge}$, $H^{\wedge}$, c, d, $e^{\wedge}$, f, g noch die beiden Halbstufen *B* und *fis*, „deren Chroma", wie der Verfasser bemerkt, „vonnöthen ist, um die sogenannten Octavengattungen des Systems der gregorianischen acht Kirchentonarten innerhalb der Stufenordnung der natürlichen Vorzeichnung, sowie innerhalb der s. g. *musica ficta* des *Guidonischen* Tonsystems darzustellen".*)

Die beiden mittleren Hexagramme bezeichnen nach dieser Deutung als Symbole des in die wirkliche Erscheinung tretenden harmoniebildenden Hauches (*Ki-ho*) die Umgränzung eines streng diatonischen Tonsystemes, während die Endglieder, als ideale Wurzeltöne der Höhe und Tiefe, die Ausgangspunkte bilden, von welchen aus alle Formen der Diatonik sowol, als der Chromatik und Enharmonik sich, wie die Folge ergeben wird, entwickeln lassen. „Für die Auffindung des Zahlengesetzes der Gestaltung der gleichsam «als dahin fliessender Hauch» (wie Vitruv sich ausdrückt) zu unserm Ohre gelangenden musikalischen Klanggebilde entnimmt die Harmonik nämlich das zwiefache Gemäss ihrer Doppelrechnung jenen beiden Gränzregionen, wo aufwärts der Ton zum Lichte sich gestalten will, abwärts die Tonwelle zur Wasserwelle wird.**) Von diesen idealen Ausgangspunkten der Harmonielehre könnte der technische Sinn des von Plutarch (*De anim. procreat.*, pag. 1026) uns aufbewahrten Ausspruches des Heraklit verstanden werden, dass «die unsichtbare Harmonie, in welche der mischende Gott die Unterschiede und Gegensätze eingetaucht und verborgen hat, vorzüglicher sei, als die sichtbare»."

Hinsichtlich der Facultätszahl 6! und ihrer Reciproken $\frac{1}{6}$! über welche die speculative Erweiterung des Tonsystems im Alterthum, wie es scheint, nicht ausgedehnt wurde, verweist der Verfasser auf das mehrerwähnte Buch *J'zirah*, dessen Räthselsprüchen er ebenfalls eine zahlenharmonikale Bedeutung beilegt. Dort heisst es nämlich: „Zween Buchstaben bauen zwei Häuser, drei bauen sechs, vier bauen vierundzwanzig, fünf bauen hundertundzwanzig, sechs bauen siebenhundertundzwanzig Häuser; und von dannen und weiter geh' aus, und denke, was der Mund nicht reden und das Ohr nicht hören kann" (Cap. 4, Abschn. 4).

An dieses bisher wenig verstandene Buch knüpft sich der in seiner Vollständigkeit für den zweiten Band des Werkes aufbehaltene Nachweis, dass die beiden Systeme der Griechen und Chinesen, deren auffallende Uebereinstimmung aus den hier versuchten Skizzen im Wesentlichen klar geworden sein dürfte, nicht blos in engem Zusammenhange mit der althebräischen Ueberlieferung stehen, sondern auch erst durch diese in ihrer wahren philosophischen und religiösen Bedeutung begriffen werden können. Die nun folgende Darlegung lässt die Ausgangspunkte und den Gang der künftigen Untersuchung, sowie auch ihr Endziel bereits im Allgemeinen erkennen.

„Aus den Räthselsprüchen des Buches *J'zirah* geht hervor, dass auch der harmonikale Bau des altsemitischen Tonsystemes auf dem Gegenklange zweier sich kreuzenden Tonreihen beruht, deren imaginäre Zeugertöne den Regionen einer jenseits des Bereiches der Klangerscheinungen liegenden Tiefe und einer über die Gränze der wirklichen Klangphänomene

---

*) D. h. nach der natürlichen Vorzeichnung tritt das Chroma im Laufe des Musikstücks zufällig auf, während es in der s. g. *musica ficta* am Anfange vorgezeichnet ist. So wird durch Erhöhung der Stufe *f* und Erniedrigung der Stufe *h* der erste gregor. Ton, welcher mit *d* beginnt, in den siebenten und zweiten verwandelt; der dritte Ton (von *e* ausgehend) in den zweiten und vierten u. s. w. Vergl. *Harm. Symb.*, S. 288 ff., 294 ff. und 387 ff.

**) Buch *J'zirah*, Cap. I, Abschnitt 12:

„Und Hauch, Wasser und Feuer, und Höhe (unendliche Ferne) droben und drunten, Aufgang und Niedergang, Mitternacht und Mittag." (*Harm. Symb.*, S. 88.)

hinausragenden Höhe der Stufen entnommen werden müssen. Die nach Anleitung der Aussprüche des Buches *J'zirah* zu entwickelnden Formeln werden zeigen, dass diese beiden Zeugertöne des semitischen Systemes — der einheitliche Unterprimton nämlich einer nach Oberintervallen geordneten aufsteigenden und der einheitliche Oberprimton einer nach Unterintervallen geordneten absteigenden Tonreihe — einem, so und so viel Octaven unter der Mitteloctave des Systemes liegenden, idealen Grundtone *As* und einem ebenso viele Octaven über derselben Mitteloctave liegenden, idealen Obertone $gis^{\wedge}$ entsprechen, wenn in die Mitte des Systemes die diatonischen Stufen der dorischen und beziehlich hypomixolydischen Scala der *toni I* und *VIII gregoriani* gestellt und den Benennungen des modernen Tonsystemes gemäss D, $E^{\wedge}$, $F^{\wedge}$, G, $A^{\wedge}$, H, c, d genannt werden. Der eine dieser beiden idealen Primtöne wurde mit dem Anfangsbuchstaben *Aleph*, der andere mit dem Endbuchstaben *Taw* des hieratischen Alphabetes bezeichnet; in der für den praktischen Gebrauch bestimmten Tonschrift hingegen für die Ober- und Unteroctaven dieser beiden Primstufen, d. i. für die Töne $gis^{\wedge}$ und *As* des wirklichen Tonsystemes das demotische Zeichen der genannten Buchstaben gebraucht. Entwickelt man nach dem Gesetze der aus den Zahlen des Senariums in fortschreitender Weiterbildung der Accordfolgen abzuleitenden Artios- und Perissosrationen die einzelnen Tonstufen, so findet sich, dass als sovielste Oberoctave des Zeugertones der Tiefe der Ton *As*, als sovielste Unteroctave des Zeugertones der Höhe aber der Ton $gis^{\wedge}$ zwischen die beiden diatonischen Stufen g und $A^{\wedge}$ der eben erwähnten dorisch-mixolydischen Scala als Chroma in die Mitte treten. Die Zahlenausdrücke für die Rationen dieser beiden Halbstufen stellen die Näherungswerthe dar, innerhalb deren Gränzen eine (irrationale) Wurzelgrösse liegt, die sich als mittlere Proportionale einer Involution von continuirlichen geometrischen Proportionen, den *logos* für sie alle bestimmend, zwischen die reciproken Stellen der sich kreuzenden Artios- und Perissoszahlen der Rationen der correlaten Tonstufen G und $A^{\wedge}$, *Fis* und B, $F^{\wedge}$ und H, $E^{\wedge}$ und c, E und $c^{\wedge}$, *Es* und $cis^{\wedge}$, $D^{\wedge}$ und $d^{\vee}$, D und d, $D^{\vee}$ und $d^{\wedge}$ u. s. w. gleichsam als das verborgene einheitliche Mass des ganzen Gebildes einfügt."

Nehmen wir z. B. die beiden Endstufen der dorischen Scala D und d, deren Verhältniss $1:2$ ist, so würde als mittlere Proportionale unser $gis^{\wedge}\ as = \sqrt{2}$ sein (denn $1:\sqrt{2}:2$), also eine sogenannte irrationale Grösse, oder nach griechischer Ausdrucksweise „ein Unaussprechbares" (ἄρρητον). Hier dringt sich uns der Vergleich mit dem früher entwickelten Begriffe der „unbestimmten Zweiheit" auf. Wie dort die Monas als mittlere Proportionale jener beiden reciproken Endglieder des unendlich Grossen und Kleinen erschien, so vertritt hier, in der Mitte des aus den ideellen Gegensätzen zu concreter Wirklichkeit verkörperten Tonsystemes, jene unaussprechbare Wurzelgrösse wiederum den Unendlichkeitsgedanken nur in anderer Form, als Näherungswerth. Sie wurde in dieser Bedeutung zum Symbol der Anfang, Mitte und Ende umfassenden göttlichen Einheit selbst *) und als solches durch das s. g. *Ôth-Aleph*, d. i. das gleichzeitig *Aleph* und *Taw* bedeutende althieratische *Taw*-Zeichen T, geschmückt mit der ringförmigen *coronula* mannichfach modifizirt auf alten asiatischen Bildwerken dargestellt **), z. B.



*) „Füge das Ende zum Anfang, wie eine Flamme verbunden mit der Kohle", heisst es im Buche *J'zirah*. Der Vergleich mit dem Ausspruch der Apokalypse (I. 8) „Ich bin das *A* und das *Ω*" liegt nahe genug.

**) Die auf Seite 93 des Werkes dargestellten 6 Abbildungen sind der Abhandlung von Letronne entnommen: *La croix ansée égyptienne* etc.

Von diesem Zeichen sagt das Buch *J^ezirah:* „Er machte zum König das *Ôth-Aleph* im Hauche und band ihm die Krone um und verschmelzte sie Eins mit dem Andern.“ Ferner wird dasselbe noch „der Bund des Ewigen“, „die Zunge der Satzungen“ genannt und gestaltet sich endlich insbesondere zu einem Sinnbilde des göttlichen Namens, „der da lebt in die Ewigkeiten“ und des durch den Hauch des Geistes von der göttlichen Stimme hervorgebrachten Wortes. Auch das in den Psalmen mehrfach vorkommende *in unum*, *in id ipsum* (ἐπὶ τὸ αὐτό) deutet der Verfasser als das undefinirbare, unaussprechbare „Was“ der allem Sein vorhergehenden, ewigen, schaffenden, unendlichen Einheit. Höchst wichtig für die Zahlenharmonik ist auch folgende Stelle, in welcher das *Ôth-Aleph* unter der Benennung des *B^elimah* *), d. i. Ohnewas oder das Etwas-lose in die Mitte einer zehnstufigen Scala von *C* bis *e* gesetzt wird: „Zehn Zahlen, ausser dem (unaussprechbaren, etwaslosen) Was — die Zahl von zehn Fingern, fünf gegenüber fünfen, und der Bund des Einigen, bestellet in der Mitte, durch das Wort der Zunge und durch das Wort der Blösse.“ **) Für dieses *B^elimah* erscheint dann in der harmonikalen Symbolik des Buches *J^ezirah* an einer andern Stelle desselben der Ausdruck *T^eli* („Köcher“, Gen. 27, 3), welcher unverkennbar auf das Symbol des Pfeilkreuzes hinweist ***), als Versinnlichung der Kreuzung beider Weltachsen — des Aequators nämlich und der Ekliptik — und daher in der kabalistischen Astrologie der Rabbiner durch *draco coelestis* wiedergegeben wurde. †)

Von wesentlicher Bedeutung ist dann ferner der Nachweis, dass sich die beiden Sinnbilder der unaussprechbaren Wurzelgrösse, Pfeilkreuz und *Ôth-Aleph* in der harmonikalen Symbolik des Alterthums zugleich speciell als Embleme der Fünfzahl gestaltet habe. Aus letzterem Zeichen ist bei den celtischen Druiden das *Tau gallicum* ††), bei den Aegyptern das Lebenskreuz des Onch's hervorgegangen, von welchem sich auf den dem Werke beigegebenen Tafeln zahlreiche hieroglyphische Darstellungen finden. Bei den Chinesen tritt uns die Fünfzahl, deren mystische Bedeutung nach alten Sagen sogar auf wunderbaren Offenbarungen beruhen soll, namentlich auch in der althieratischen Scala der fünf *Lu*, eine Leiter ohne Quart und grosse Septime, entgegen, welche gewissen besonders ehrwürdigen liturgischen Gesängen zu Grunde lag. Auch von der bereits erwähnten Scala der zwölf *Lu* erzählt ein phantastischer Mythus, dass sie vom Vogel Phönix herrühre, welcher abwechselnd mit seinem Weibchen einst ihre Töne von einem Baume herab zu dem harmonisch einstimmenden Wellenrauschen des heiligen Stromes gesungen habe. Die einzelnen Stufen dieser Leiter tragen nach sicherer Ueberlieferung allegorische und in zahlenharmonikaler Hinsicht sehr bezeichnende Namen. So heisst z. B. der Grundton (die Tonika) „gelbe“, d. i. der Erde entsprungene „Glocke“; die grosse Secunde, welche hier als mit dem Ton *d* zusammenfallend angenommen werden muss, heisst „grosse Gleichheit“ u. s. w. Am merkwürdigsten aber ist, dass die Stufe *Gis-As* den Namen „Hinrichtungswerkzeug“ führt, eine Bezeichnung, welche nicht undeutlich auf die Kreuzesform

---

*) Der Verfasser erinnert hier an Hiob 26, 7: „Er spannt den Norden aus über die Leere, hängt die Erde (wörtlich: „kreuzigt die Erde“) an das Nichtwas.“ Die *Vulgata* hat *appendit terram super nihilum.*

**) Durch die dem Abraham gewordene Verheissung nämlich und durch das Gesetz der Beschneidung. *Harm. Symb.*, Seite 94 Anmerkung.

***) Die sprachliche Rechtfertigung, *H. S.*, Seite 95 Anmerkung.

†) Man vergleiche hiermit die pag. 185 des Werkes versuchte Deutung des kosmischen Systemes der Pythagoräer bei Gelegenheit der Timäusstelle.

††) Hiermit steht die auf Seite 341 des Werkes gegebene Auslegung des berühmten Virgil'schen Epigrammes in Verbindung, welche insbesondere die Philologen interessiren dürfte. *H.*

des *Ôth-Aleph* hinweist.*) Die ideelle Uebereinstimmung geht noch näher aus folgenden Aussprüchen des Lao-tseu hervor. „Das ungenannte Nicht-Etwas ist der Urgrund des Himmels und der Erde..... Das unendliche Nicht-Etwas kann nur geschaut werden in seinem unsichtbaren geistigen Dasein, das endliche Etwas wird geschaut in der Form seiner Begränzung. Diese zwei Entgegengesetzten sind ihrer Urwesenheit nach Eins, sind nur auf verschiedene Weise bezeichnet. Beide werden Tiefe genannt. Sie sind Tiefe, zwiefache Tiefe. Das ist die Pforte aller übersinnlichen Dinge.“ Und weiterhin heisst es: „Ein unverkennbares Wesen ist vorhanden, welches da war vor dem Himmel und der Erde. O, wie ist es lautlos-ruhig! O, wie ist es unstofflich-ungreifbar! Alles durchkreisend und erfüllend ist es keinerlei Schwankung unterworfen. Man kann es als die Mutter des Weltalls betrachten. Was mich betrifft, — mir ist sein Name unbekannt. Aber um es zu bezeichnen, nenne ich es *Tao* (Wort, Vernunft, Anfang, Ursache, Weg). Mich zwingend, es zu benennen, nenne ich es gross; als Grosses nenne ich es weithin-fortschreitend; als weithin-fortschreitend nenne ich es entfernt; als entfernt nenne ich es wiederkehrend.**) Darum ist der *Tao* gross, der Himmel gross, die Erde gross, auch der König (es ist zweifellos der Mensch, als König der Geschöpfe dieser Erde gemeint) gross. In der Welt gibt es vier grosse Dinge, und der König ist Eines derselben. Der Mensch ist Abbild der Erde, die Erde ist Abbild des Himmels, der Himmel ist Abbild des *Tao*; der *Tao* ist Abbild seiner eigenen Natur.“ — Man erinnere sich, dass die Theilung der „Einheit“ in die beiden Principien *Yang* und *Yn* durch den *Tao* (als *Logos*, Vernunft, Wort) vermittelt wurde. Der entgegengesetzte Charakter beider Kräfte findet sich auch durch die Bezeichnung derselben als Bewegung und Stillstand, als Wärme und Kälte ausgesprochen. Vom *Tao* selbst heisst es dann: „er sei allerwärts ausgegossen und wende sich nach links (*tso*), wie nach rechts (*yeou*)“, wo aber, abweichend von der pythagorischen Weise, das wirkende Princip *Yang* mit links, und das leidende *Yn* mit rechts gemeint ist. In harmonikaler Hinsicht könnte man versucht sein, diese Umkehrung der Nomenclatur vielleicht auf die bei den Chinesen wenigstens in späterer Zeit zur Bestimmung der 12 *Lu* allgemein üblich gewesene Rechnung nach Wellen- und beziehlich Pfeifenlängen***) zurückzuführen, und zwar um so mehr, als die zuletzt angeführten Aussprüche einer späteren, obwol auf den besten Quellen beruhenden Compilation entnommen sind. Oder soll mit „der Wendung“ des Logos angedeutet werden, dass die Zeugung des männlichen Durgeschlechtes aus der Einheit in aufsteigender Bewegung von links her, die des weiblichen Mollgeschlechtes absteigend von rechts ausgeht? Wie dem auch sein mag, die symbolische Beziehung auf die Gegenüberstellung der reciproken Werthe unserer harmonikalen Fundamentalreihe bleibt dieselbe. Und wenn denn endlich noch gesagt wird: „Der *Tao* des Himmels gleicht dem Bogenschützen. Das Hohe zwingt er niederzufallen, das Tiefe sendet er zur Höhe empor; das Ueberflüssige (περισσόν, das Nichttheilige) vermindert er, und dem Mangelhaften (ἄρτιον, das Theilige) fügt er hinzu“, — so steigert sich die Aehnlichkeit mit pythagorischen und herakleitischen Sätzen fast bis zur wörtlichen Uebereinstimmung.

---

*) Ausführlicheres über diese Namen *Harm. Symb.*, Seite 103 ff. u. 313 ff.

**) Der Ausdruck ist im Chinesischen durch *fan* gegeben. Julien bemerkt zu demselben: „*le mot «fan» signifie littéralement: qui revient. La langue française n'a point d'adjectif correspondant. On rendrait d'une manière heureuse l'idée de Lao-tseu, s'il était permis d'emprunter au grec l'épithète palindrome* (παλίνδρομος).“ Der Ausspruch erinnert also unmittelbar an das herakleitische: λόγον ἐκ τῆς ἐναντιοδρομίας δημιουργὸν τῶν ὄντων, oder an Heraklit's παλίντροπος ἁρμονίη κόσμου. Anmerkung des Verfassers, *harm. Symb.*, Seite 194.

***) Vergl. *Harmonikale Symbolik*, Seite 106.

Wir könnten mit dieser vergleichenden Betrachtung des griechischen, chinesischen und semitischen Systemes, soweit der Inhalt dieses letzteren in den Kreis der Untersuchung hineingezogen wurde, unsere Aufgabe als vorläufig beendet ansehen, wenn nicht „die Sibylle“, zu deren Dolmetscher sich unser Verfasser gemacht, „mit ihren Klängen“ noch weit über das Alterthum hinausreichte und uns zwänge, den Einfluss der alten Lehre bis zu jener Epoche zu verfolgen, in welcher die Tonkunst durch die christliche Kirche zu neuem, thatkräftigen Leben erweckt worden ist und in harmonikaler Hinsicht für alle Zeiten ihre wesentlichen und festen Normen erhalten hat.

Es zieht sich, wie eine alte Tradition, durch die Werke der musikalischen Theoretiker des Mittelalters die Gewohnheit, den s. g. gregorianischen Kirchentönen jene Namen beizulegen, welche auch im griechischen Alterthume zur Bezeichnung der Tonarten üblich gewesen sind. *Dorisch*, *phrygisch*, *lydisch*, *mixolydisch*, so hiessen bekanntlich die authentischen Tonarten: *d*, *e*, *f*, *g*, von denen die jedesmal um eine Quarte tiefer stehenden plagalischen durch die Vorsylbe *hypo* unterschieden wurden. In neuerer Zeit ist nun unter Berufung auf Aristoxenos und seine Nachfolger die Uebereinstimmung der gregorianischen Scalen mit denjenigen des griechischen Systemes, und also das Zutreffende jener Benennungen von vielen gelehrten Fachmännern unbedingt verneint und eine ganz andere Ordnung aufgestellt worden, nach welcher die dorische Leiter *e f g a* und nicht *d e f g* gewesen wäre. Dass Aristoxenos, der fanatische Gegner pythagorischer Lehre, mit seinen unsichern Angaben und seiner wegwerfenden Kritik über das System der Alten kein glücklicher Führer sein könne, wurde bereits nachgewiesen. Nicht besser ist es mit denjenigen späteren Quellen bestellt, auf welche sich die neuere Ansicht fast allein zu stützen vermag. In der mit zweifelhaftem Rechte dem Alexandriner Euclid zugeschriebenen Einleitung in die Harmonik findet sich nämlich eine Aufzählung der Tonarten unter Benennungen, wie sie bei den Alten üblich gewesen sei; zugleich wird die Lage der Octavenreihen durch Angaben der Stufen des *systema maximum immutabile* (d. i. unsere *Amollscala* ohne *gis* durch zwei Octaven geführt) von unten nach oben fortschreitend genau bestimmt. Eine hiermit übereinstimmende Darstellung geben auch *Aristides Quintilianus* und *Gaudentius*. Aus der im achten Hauptstücke der harmonikalen Symbolik gegebenen ausführlichen Kritik dieser Quellen heben wir als Hauptpunkt hervor, dass bei der Aufstellung Euclid's die Form der Tetrachorde, welche in der gesammten griechischen Musik Grundlage der Scalenbildung und Tonart sind, förmlich zerrissen und zerstückelt wird, wodurch alsdann nothwendig auch die arithmetische und harmonische (authentische und plagalische) Theilung der Octave, mithin eines der wesentlichsten Kriterien für die Bestimmung der Tonarten, verloren geht. Dazu kommt dann noch der wunderliche Umstand, dass die s. g. plagalischen Leitern, also die *hypophrygische*, *hypolydische* u. s. w., welche schon durch ihre Vorsylbe als tiefere Lagen gekennzeichnet sind, immer um eine Quarte höher stehen, als die Haupttonarten.*) Schwerlich möchte ein so verwirrtes System von Pythagoras anerkannt worden sein. Ebenso wenig hält die Reihenfolge der Namen, unter welchen Alypius in seiner *Introductio musica* die Notenzeichen der Griechen für alle fünfzehn *Tropen* (Transpositionen) des *systema maximum* aufführt, die nähere Prüfung aus.

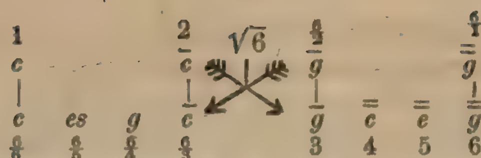
Durch diese blos negative Kritik, welche wir zur leichteren Orientirung über den in Rede stehenden Streitpunkt vorangestellt haben, würde freilich auch im besten Falle noch keineswegs der positive Nachweis geführt sein, dass die Theoretiker des Mittelalters, wie der Verfasser

*) So auch unter Andern bei Ambros, Gesch. d. M., I, S. 390. *H.*

sich ausdrückt, „einen missverständlichen Bericht missverstandener Weise benutzend, dennoch das Richtige getroffen". Wir werden nunmehr zu zeigen versuchen, dass die behauptete Uebereinstimmung des antiken und des gregorianischen Systemes ganz folgerichtig aus der Weiterentwicklung bereits dargelegter Grundprincipien hervorgeht, indem wir uns freilich darauf beschränken müssen, aus der umfassenden Untersuchung, welche sich durch die vier letzten Hauptstücke des Werkes hindurchzieht, nur die wesentlichsten Resultate zusammenzustellen.

Die natürliche Entwickelung der Dur- und Mollharmonien aus den reciproken Zahlenwerthen, sowie die aus Quinten- und Quartenprogressionen abgeleiteten Anfänge der Scalenbildung ist bereits gezeigt worden. Es war damit für die consonirenden Accorde zwar die Tonalität in ihren beiden Gegensätzen festgestellt, jedoch fehlten noch die dissonirenden Mehrklänge, welche als Zwischenglieder, in denen sich das Dur- und Mollgeschlecht gleichsam mischt und kreuzt, für die Vermittlung des einen mit dem andern zu harmonischem Flusse unentbehrlich sind. Auch wurde das rein melodische Element des Systemes, dessen Grundform die nach festem Gesetze ausgebildete Tonleiter oder vielmehr das Tetrachord ist, noch nicht unter dem Gegensatze der beiden Geschlechter zur Erscheinung gebracht, so dass eine dem entsprechende Gruppirung der Tonstufen, aus welcher der Begriff einer Dur- und Mollscala sich ableiten liesse, ebenfalls noch erst gesucht werden muss. Beide Aufgaben hat der Verfasser durch eine höchst einfache und wie von selbst sich ergebende Erweiterung seiner ursprünglichen Rechnungsmethode vollständig zu lösen gewusst.

Wir sahen, wie durch Multiplication der Ganzzahlen mit einem Gliede der Bruchreihe, und umgekehrt, sich die Zahl der sechsstimmigen Dur- und Mollaccorde innerhalb gewisser Gränzen erheblich vermehren liess. Wird nun von irgend einem Grundtone aus, dessen Schwingungsmenge = 1 sei, eine Perissosreihe (Dur) aufsteigend bis zu irgend einem emmelischen Obertone gebildet; wird dann die Schwingungsmenge dieses Obertones ihrerseits wieder als Einheit einer abwärts zu bildenden Artiosreihe (Moll) gesetzt, so werden beide Reihen sich in der geometrischen Mitte der Werthe jenes Unter- und Obertones begegnen. Diese „Mitte" kann natürlicher Weise nur in dem Falle rational sein, und folglich einer wirklichen Tonstufe entsprechen, wenn die Schwingungsmenge des Obertones eine Quadratzahl ist. Aber auch im entgegengesetzten Falle wird die alsdann irrationale Mitte gleichsam den idealen Einheits- und Sammelpunkt des ganzen Gebildes darstellen. Die von ihrer Einheit weiter entfernten, gehäufteren Glieder der absteigenden Artiosreihe werden sich links in die grösseren Abstände der Perissosreihe einfügen, während umgekehrt rechts die im oberen Theile der Perissosreihe sich häufenden Stufen zwischen die noch weiten Zwischenräume der beginnenden Artiosreihe treten. Um die oben bezeichnete geometrische Mitte des Ganzen aber gruppiren sich aus reciproken Werthen beider Reihen zusammengesetzte Tongebilde, in denen nach und nach die gesuchten, beiden Geschlechtern angehörigen, dissonirenden Accorde zur Erscheinung kommen. Wählen wir als aufsteigende Dur-Reihe z. B. die Perissoszahlen von 1 bis 6, so würde die entsprechende Moll-Reihe sich aus den Werthen $\frac{6}{1}$, $\frac{6}{2}$, $\frac{6}{3}$, $\frac{6}{4}$, $\frac{6}{5}$, $\frac{6}{6}$, zusammensetzen. Wir nennen diese Reihe Artiosreihe, obgleich dieselbe hier in Zahlenausdrücken geschrieben ist, welche nach dem Sprachgebrauche der pythagorischen Arithmetiker dem Perissartion angehören. Diese Schreibweise hat nur den Zweck, nicht nur den Ausgangspunkt der absteigenden Reihe durch den Divisor 1 als deren Einheit zu bezeichnen, sondern zugleich auch das Zahlenverhältniss auszudrücken, in welchem die Schwingungsmenge des Obertones zu der des Untertones steht. Das von uns gewählte Zahlenbeispiel würde nachstehendes Diagramm ergeben:

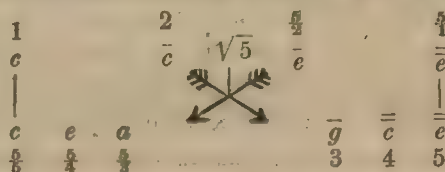


in welchem nunmehr die beiden Tongeschlechter der Zeugertöne *c* und $\bar{\bar{g}}$ in zwei vierstimmigen Accorden sich gegenüberstehen, von denen der eine die strenge Umkehrung des andern ist. Erweitern wir die Reihe um zwei Glieder, so erhalten wir:



Hier tritt nun wieder dem *C-dur* das *F-moll* in derselben engen Beziehung gegenüber, wie in der Fundamentalreihe. Allein um die „Mitte" gruppirt sich der dissonirende Accord $\bar{c}\ \bar{f}\ \bar{g}\ \bar{\bar{c}}$, die bekannte Quartquintenharmonie, welche sowol dem Dur- als dem Mollgeschlechte angehört und dessen beide auf Links und Rechts vertheilte Hälften wiederum reciprok sind.

Die Fundamentalreihe dagegen wies in ihrer Mitte nur leere Octaven auf. Hier aber erscheint das dissonirende Intervall des grossen Ganztones *fg*, welcher bei den Alten den bezeichnenden Namen des trennenden Ganztones (τόνος διαζευκτικός) führte. Beschränkt man die Reihe auf den Umfang einer Septemdecime, also 1 *c* bis 5 $\bar{\bar{e}}$, und führt das Diagramm aus:



so wird auch die Verbindung mit dem Paralleltone *A-moll* gewonnen, der in der Lage eines Sextenaccordes *c e a* dem Quartsextenaccorde $\bar{g}\ \bar{\bar{c}}\ \bar{\bar{e}}$ von *C-dur* gegenübertritt. Da sich in diesem Falle beide conjugirten Reihen nur in ihren Endgliedern decken, so muss die Vereinigung derselben gleichsam durch Summirung bewirkt werden. Wir erhalten dann um die „Mitte" gruppirt die Septimenharmonie *a* $\bar{c}\ \bar{e}\ \bar{g}$, welche in einer bis zu 10 $\bar{\bar{\bar{e}}}$ erweiterten Reihe in erster Umkehrung als der bekannte Quintsextenaccord Rameau's erscheinen würde, dessen Doppelnatur (*double emploi*) dem praktischen Musiker hinreichend geläufig ist.

Der Leser wird sich nach dieser Andeutung alle möglichen Reihen leicht selbst bilden und auch diejenigen Fälle ergänzen können, in denen das Mittelglied, wie z. B. $\sqrt{4}=2$, $\sqrt{9}=3$ u. s. w., eine rationale Zahl und mithin eine verwendbare Tonstufe darstellt. Dass sich auf diesem Wege nach und nach die mannichfaltigsten Accord- und Scalengebilde ergeben müssen, und zwar in einer Vollständigkeit, wie sie sich in unsern reichhaltigsten Lehrbüchern nur immer finden mag, leuchtet ein. Wer daran zweifeln möchte, darf nur die bis ins Einzelne gehende Rechnung im Werke selbst verfolgen und die darauf gegründete Erzeugung aller denkbaren verminderten und übermässigen Dreiklänge grosser und kleiner Septimen- und Nonenaccorde u. s. w. hinsichtlich ihrer Folgerichtigkeit prüfen.

Dass auch die Alten dissonirende Accorde gekannt und angewandt haben müssen, ist aus Nicomachus und Jamblichus unzweifelhaft nachzuweisen. Es wurden dieselben nämlich

unter der Bezeichnung „Paraphon“ dem „Symphonen“ gegenübergestellt, und dem Begriffe nach streng wissenschaftlich auf zahlentheoretischer Grundlage entwickelt. Beide Begriffe fanden wiederum ihren Gegensatz im „Diaphonen“, dem schlechthin Dissonen, wie etwa unsere harmonie-fremden, durchgehenden Noten. Sicherlich liegt in diesen Unterscheidungen zugleich ein höchst wichtiges Moment zur Beantwortung der Streitfrage über die Mehrstimmigkeit der griechischen Musik, von welcher nicht länger bezweifelt werden darf, dass sie in irgend einer Form thatsächlich existirt habe.

Mit der Erweiterung des Umfanges, welcher durch die Endglieder der conjugirten Reihen bestimmt wird, muss die Zahl der sich interpolirenden Zwischenstufen nothwendig stets zunehmen. So füllen sich endlich die Intervalle der consonirenden und dissonirenden Accorde nicht nur mit diatonischen Ganz- und Halbtönen, sondern auch mit chromatischen und enharmonischen Nebenstufen aus. Melodische Tonverbindungen zeigen sich zuerst in der Reihe 1 *c* bis 9 $\overline{\overline{\overline{d}}}$ und werden von da an häufiger. In der Reihe von 1 *C* bis 40 $\overline{\overline{\overline{e}}}$ tritt uns dann in geschlossener Gruppe rechts von der geometrischen Mitte das Tetrachord 15 $\overline{\overline{h}}$, 16 $\overline{\overline{\overline{c}}}$, 18 $\overline{\overline{\overline{d}}}$, 20 $\overline{\overline{\overline{e}}}$ entgegen, und zwar, wie aus dem Zahlenverhältniss ersichtlich, keineswegs aus zwei grossen Ganztönen und dem s. g. *Limma* zusammengesetzt, sondern aus den natürlichen, diatonischen Stufen des reinen Halbtones und des grossen und kleinen Ganztones: $\frac{16}{15}$, $\frac{9}{8}$, $\frac{10}{9}$. Auf der linken Seite bilden die reciproken Gieder der Reihe $\frac{40}{15}$, $\frac{40}{16}$, $\frac{40}{18}$, $\frac{40}{20}$ absteigend das Tetrachord *f e* d^{v} *c*, welches die strenge Umkehrung des erstgenannten ist. Sieht man auf die Lage des Halbtones, so ist ausser den beiden gefundenen offenbar nur noch eine dritte Form des Tetrachordes möglich, nach welcher derselbe nämlich in der Mitte liegt. Von Euclid, Nicomachus, Gaudentius, Boëthius u. s. w. werden denn auch hiernach die drei diatonischen Tetrachorde bestimmt, welche der Verfasser als *phrygisches* ½, 1, 1; als *lydisches* 1, 1, ½ und als *dorisches* 1, ½, 1 bezeichnet.*) Auffallend erscheint es, dass die von den Schriftstellern vorgetragene Eintheilung der chromatischen und enharmonischen Tetrachorde in Barypykna, Mesopykna, Oxypykna (je nachdem nämlich die Häufung [*pyknon*] der kleinen chromatischen und noch kleinern enharmonischen Intervalle an tiefster, mittelster oder höchster Stelle sich befindet), nirgend mit der für die Diatonik aufgestellten Klassification in Parallele gebracht wird. Mit dieser Frage bringt der Verfasser die Principien für die Scalenbildung in so enge Verbindung, dass wir nicht umhin können, die hierauf bezügliche Auseinandersetzung Seite 220 ff. wörtlich wiederzugeben.

„Man sieht, dass diese letztere Klassificirung der enharmonischen und chromatischen, und jene Eintheilung der diatonischen Tetrachorde in drei durch die Lage des Halbtons charakterisirte Arten nur Anwendungen desselben Principes der Unterscheidung auf verschieden modificirte Fälle sind. Von Euclid, von Nicomachus und von Boëthius werden für das diatonische *Genus*, im Anschlusse an das über die verschiedenen Lagen des Halbtons im Tetrachorde Gesagte auch die je nach der Reihenfolge der Ganz- und Halbtonschritte sich ergebenden verschiedenen Formen des Pentachordes und Oktachordes mit gleicher Ausführlichkeit dargelegt. Es wird erwähnt, wie vermöge der verschiedenen Lage des Einen Halbtones im Pentachorde man vier Arten von melodischen Quinten, und nach der Verschiedenheit der Lage der beiden Halbtöne im Oktachorde sieben verschiedene melodische Octavengattungen erhalte. Hier wird also der vom Halbtone hergenommenen Eintheilung der Stufenfolgen eine unmittelbare Anwendung auf die Scalenbildung und die möglichen Modificationen der den Octavengattungen im

*) Hinsichtlich der Gründe verweisen wir auf das VIII. Hauptstück, insbesondere auf Seite 371.

Tonsysteme zu gebenden Gestalt beigelegt. Und die drei Formen des diatonischen Tetrachordes, dieses κατ' ἐξοχήν der Entwicklung des Tonsystemes zum Grunde liegenden Gebildes, sollten unbenutzt der Anordnung des letzteren fern geblieben, das *Systema maximum* soll ausschliesslich an jene Eine Form des Tetrachordes gebunden gewesen sein, welcher wir vorhin den Namen der phrygischen gegeben haben? Die aus der Zusammensetzung lediglich solcher Tetrachorde unter Hinzunahme eines, um einen Ganzton von der untersten Saite des untersten Tetrachordes entfernten Tones als *Proslambanomenos* der Tiefe hervorgehende Mollscala soll der starre, alleinige musikalische Typus der melodischen Verbindung der Töne für den heitern, beweglichen und lebendigen Geist der Hellenen gewesen sein?! Neuere Schriftsteller haben über diese einseitige, ausschliesslich oder doch ganz vorzugsweise der Molltonart zugewendete vermeintliche Richtung der musikalischen Empfindungsweise der Griechen in geistreich klingenden Phrasen sehr sonderbare Dinge ihren Lesern vorgetragen. Wir verzichten auf jeden Versuch einer Kritik oder gar Widerlegung solcher musikalisch alles vernünftigen Sinnes entbehrenden Philosopheme. Wir erlauben uns nur die einfache Frage: welcher innere, der Natur der Sache entnommene Grund in aller Welt dafür angeführt werden kann, dass die Beweglichkeit der s. g. *chordae mobiles*, d. i. der zweiten und dritten Saite eines jeden der fünf Tetrachorde, aus welchen das *Systema maximum* sich zusammensetzte, zwar wol dazu benutzt worden sei, um dem diatonischen Geschlechte der Tetrachorde das, in der von den späteren Klassikern beschriebenen Gestalt nicht grade sehr wohlklingende chromatische, oder das noch unbegreiflichere, sehr übelklingende, enharmonische Klanggeschlecht zu substituiren, hingegen von einer Umformung der fünf Tetrachorde der tiefsten, mittleren, verbundenen, getrennten und höchsten Saiten aus diatonischen der ersten Form in solche der zweiten oder dritten nicht habe die Rede sein dürfen? Wir reihen hieran die fernere Frage: wie es doch gekommen, dass der sonst so erfinderische, so gern in den verschiedensten Combinationen und Umgestaltungen gegebener Elemente sich ergehende Geist der Griechen grade auf eine so einfache und musikalisch so fruchtbare, die Anwendung der Durtonalität für die Scala bedingende Modificirung der Anordnung der Tonstufen des Systemes nicht verfallen sei?"

„Die viersaitige «Lyra» des Tetrachordes umschliesst nach der Auffassung der ältesten griechischen Harmoniker die Grundform aller melodischen Scalenbildung. Wie die im Diagramme der *harmonia perfecta maxima* arithmetisch und harmonisch getheilte Octave zwischen ihren beiden äusseren Stufen und den beiden eingeschobenen mittleren, zwiefach das Intervall in eine Quinte und Quarte zerlegenden Saiten die Typen der drei vorzüglichsten consonirenden harmonischen Intervalle in sich birgt, und nach dem Zeugnisse des Nikomachus (*Harm. Manual.*, pag. 16, *Meib.*) deshalb von den Alten die Benennung ἁρμονία empfing, so wurde, wie derselbe Berichterstatter sagt, von jenen ältesten Lehrern der Harmonik die Quarte des Tetrachordes durch den bezeichnenden Namen συλλαβή geehrt, weil sie (melodisch) «die erste Zusammenfassung» (σύλληψις) consonirender Töne sei.*) Diese Namen führen beide Tonverbindungen schon in einem a. a. O. von Nikomachus uns aufbewahrten, eine Aufzählung der Rationen der wichtigsten musikalischen Tonstufen enthaltenden Bruchstücke aus dem ersten Buche des Philolaos über die Natur.**) Durch Hinzufügung des Ganztones, als der elementarsten

*) ...τοῖς ὑφ' ἡμῶν δηλωθεῖσιν ἀκόλουθα καὶ οἱ παλαιότατοι ἀπεφαίνοντο, ἁρμονίαν μὲν καλοῦντες τὴν διὰ πασῶν, συλλαβὴν δὲ τὴν διὰ τεσσάρων. πρώτη γὰρ σύλληψις φθόγγων συμφώνων. Die einzelne Tonstufe erscheint in der Musik als das Ur-Elementare, wie für die Sprache der vereinzelte Laut eines allein stehenden Buchstabens dies sein würde. Die vollständige Octavenleiter lässt sich dann dem Worte, die Quarte des Tetrachordes hingegen gewissermassen der Sylbe vergleichen. Anmerkung des Verfassers.

**) Vergl. Böckh, *Philolaos*, S. 65—68. Anmerkung des Verfassers.

Gliederung der Scalenbildung, wird der Tetrachord zur Quinten-Stufenfolge. Aus zwei Tetrachorden aber und einem Ganztone setzt sich die Octaven-Scala zusammen. So war denn auch jene von Nikomachus erwähnte urälteste siebentönige diatonische angebliche Tonleiter, deren Erfindung die griechischen Musikschriftsteller bald diesem, bald jenem Gotte oder Heroen und fabelhaften Tondichter zuschreiben und von welcher die Sage berichtete, dass erst Pythagoras durch Einfügung des trennenden Ganztones dieselbe auf eine Octave gebracht habe *), aus zwei verbundenen Tetrachorden zusammengesetzt. Nach der Angabe der Schriftsteller bestand sie aus zwei Tetrachorden der ersten diatonischen Form, welche wir die phrygische genannt haben. Sehen wir einstweilen von der näheren commatischen Bestimmung der Zwischenstufen ab und lassen es dahin gestellt, ob man sich unter $h\ \bar{c}$ ein s. g. pythagorisches *Limma* oder unsern diatonischen Halbton, unter $\bar{c} \ldots \bar{e}$ einen griechischen Ditonus oder eine reine Durterze, und beziehlich unter $\overline{cd}$ und $\bar{d}\ \bar{e}$ zwei grössere Ganztöne von der Form $\frac{9}{8}$, oder Einen solchen grössern mit einem kleinern Ganztone von der Form $\frac{10}{9}$ verbundenen Ganzton denken will, so können wir in modernen Tonzeichen jene älteste siebentönige Lyra durch folgende Stufen unseres Systemes wiedergeben:

$$h\ \bar{c}\ \bar{d}\ \bar{e}\ \bar{f}\ \bar{g}\ \bar{a}$$

Ueberzeugt, dass wir hierbei nur ein Verfahren befolgen, welches — trotz des Schweigens der nacharistoxenischen Berichterstatter — bereits die alten Erfinder des griechischen Tonsystemes innegehalten haben, substituiren wir den beiden Tetrachorden der ersten diatonischen Form $h\ \bar{c}\ \bar{d}\ \bar{e}$ und $\bar{e}\ \bar{f}\ \bar{g}\ \bar{a}$ zwei verbundene Tetrachorde zuerst der zweiten, und dann der dritten Form. So erhalten wir statt jenes Einen die nachstehenden drei diatonischen Heptachorde:

$$h\ \bar{c}\ \bar{d}\ \bar{e}\ \bar{f}\ \bar{g}\ \bar{a}$$
$$h\ \overline{cis}\ \bar{d}\ \bar{e}\ \overline{fis}\ \bar{g}\ \bar{a}$$
$$h\ \overline{cis}\ \overline{dis}\ \bar{e}\ \overline{fis}\ \overline{gis}\ \bar{a}.$$

Die Vervollständigung derselben mittelst Hinzunahme des Ganztones zu Oktachorden behufs Gewinnung der Octavenleiter kann nun in dreierlei Weise stattfinden. Der Ganzton kann als *Proslambanomenos* in der Tiefe oder in der Höhe angefügt, er kann als trennender (diazeuktischer) Ganzton auch in der Mitte zwischen die beiden verbundenen Tetrachordgebilde eingeschoben werden. Es gehen auf diese Weise aus den drei Heptachordformen folgende neun Scalen hervor:

1. $a\ h\ \bar{c}\ \bar{d}\ \bar{e}\ \bar{f}\ \bar{g}\ \bar{a}$
2. $h\ \bar{c}\ \bar{d}\ \bar{e}\ \bar{f}\ \bar{g}\ \bar{a}\ \bar{h}$
3. $a\ h\ \overline{cis}\ \bar{d}\ \bar{e}\ \overline{fis}\ \bar{g}\ \bar{a}$
4. $h\ \overline{cis}\ \bar{d}\ \bar{e}\ \overline{fis}\ \bar{g}\ \bar{a}\ \bar{h}$
5. $a\ h\ \overline{cis}\ \overline{dis}\ \bar{e}\ \overline{fis}\ \overline{gis}\ \bar{a}$
6. $h\ \overline{cis}\ \overline{dis}\ \bar{e}\ \overline{fis}\ \overline{gis}\ \bar{a}\ \bar{h}$
7. $h\ \bar{c}\ \bar{d}\ \bar{e}\ \overline{fis}\ \bar{g}\ \bar{a}\ \bar{h}$
8. $h\ \overline{cis}\ \bar{d}\ \bar{e}\ \overline{fis}\ \overline{gis}\ \bar{a}\ \bar{h}$
9. $h\ \overline{cis}\ \overline{dis}\ \bar{e}\ \overline{fis}\ \overline{gis}\ \overline{ais}\ \bar{h}$

„Die erste dieser Octavenleitern ist nach dem Gesetze der absteigenden modernen Mollscala gebaut. Die Anordnung ihrer Stufen entspricht daher derjenigen, welche im *Systema*

*) So z. B. Nicomachus, *Harm. Manual*, pag. 9, *Meibom.*

maximum der Griechen sich in den beiden Octaven vom *Proslambanomenos* aufwärts bis zur Mese, und der Mese aufwärts bis zur Nete Hyperbolaion zeigt, und ihre Tonalität ist folgeweise diejenige des *tonus IX gregorianus.* Durch die Anreihung nämlich des *Proslambanomenos* an den untern Tetrachord gestaltet sich dieser zum Pentachorde und es erscheint daher die Octave $a \ldots \bar{a}$ durch die Saite $\bar{e}$ authentisch getheilt. Die Leiter Nr. 6 stellt vermöge der entgegengesetzten Folge der Stufen in den beiden Tetrachorden und vermöge der entgegengesetzten Lage des *Proslambanomenos* am oberen Ende, durch dessen Anreihung an den obern Tetrachord eine plagalische Octavenleitung entsteht, eine Inversion der Leiter Nr. 1 in rückläufiger Anordnung der Stufen dar. Sie erscheint als eine vom Dominantton aus beginnende und auf dessen Octave endigende Durscala. Ihre Tonalität ist daher die des *tonus XII gregorianus.* Dem Mollgeschlechte gehören dann wieder die Leitern Nr. 2 und Nr. 7 an. Die erstere erweiset sich vermöge der Lage des *Proslambanomenos* am oberen Ende als eine plagalische und entspricht dem *tonus IV gregorianus.* Die andere kann, jenachdem der diazeuktische Ton in der Mitte dem untern oder obern Tetrachorde angereiht wird, als eine authentisch oder als eine plagalisch getheilte angesehen werden. Im ersteren Falle stellt sie den *tonus III*, im zweiten Falle aber den *tonus X gregorianus* dar. Auch die Theilungen der Leitern Nr. 8 und 9 sind, vermöge der Lage des trennenden Ganztones in der Mitte, einer zwiefachen Auffassung fähig. Authentisch getheilt entspricht Nr. 9 dem *tonus gregorianus XI*, beziehlich der modernen Durscala in der normalen Folge ihrer Stufen von *tonus* zu *tonus*, plagalisch getheilt hingegen dem *tonus VI.* Den *tonus V* liefert die Leiter Nr. 5. Beide Scalen Nr. 9 und 5 sind Durtonleitern. Sie erscheinen als Inversionen der mollverwandten Leitern Nr. 2 und 7. Die Leiter Nr. 8, welche, authentisch getheilt, den *tonus I gregorianus* darstellt, plagalisch getheilt aber den *tonus VIII* zeigt, gehört weder dem Dur- noch dem Mollgeschlechte der Klänge an. Ihre Tonalität erweiset sich als eine geschlechtslose, neutrale, die, wie unten am geeigneten Orte gezeigt werden soll, als eine völlig selbsständige Grundform der Tonverbindung aufgefasst werden muss. Dasselbe ist hinsichtlich der Leiter Nr. 4 der Fall, welche dem *tonus II* angehört und der Leiter Nr. 3, welche den *tonus VII gregorianus* darstellt."

„So ergaben die obigen neun Oktachorde die Typen der zwölf gregorianischen — oder was, wie sich noch zeigen wird, ganz dasselbige ist — der zwölf Tonarten oder s. g. Octavengattungen der Griechen. Die zwischen den Molltonleitern und Durtonleitern hervorgetretene Wechselbeziehung einer rückläufigen Inversion der Intervalle, vermöge deren die eine Leiter allemal gleichsam als das abgespiegelte Gegenbild der andern sich darstellt, weiset wieder auf den allgültigen, durch die ganze Harmonik und die Phänomene der ihr verwandten Disciplinen sich hindurch ziehenden Gegensatz eines Auf- und Abweges (ὅδος ἄνω, κάτω) steigender und fallender Bewegung hin, dem wir im Wechselspiele der Tonreihen, wie in den Progressionen der wachsenden und abnehmenden räumlichen sowol als Zahlengrösse bei unseren Betrachtungen auf jedem Schritte begegnen."

Die Verwandlung des phrygischen Tetrachordes in die beiden anderen Formen geschah also durch chromatische Verschiebung der beiden innern, beweglichen Saiten, während die umspannenden Endglieder (τὸ περιεχόμενον) als feste Saiten (*chordae stabiles*, ἑστῶσαι) stehen blieben. Auf Nichtbeachtung dieser Grundregel, welche auch für die eigentlich chromatischen und enharmonischen Tetrachorde, sowie alle tonale Scalenbildung überhaupt gilt, ist die beklagenswerthe Verwirrung der ganzen hierher gehörigen Lehre hauptsächlich zurückzuführen. Die hier nachgewiesenen Beziehungen dieser neun Scalen zu den Typen altgriechischer und gregorianischer Octavengattungen können jedoch, wie der Verfasser ausdrücklich bemerkt, ihre

erschöpfende Begründung erst dann erhalten, wenn auch die commatischen Unterscheidungen und die feineren Abstufungen der Tonschritte mittelst genauer Entwicklung der Zahlenrationen für die betreffenden Reihen festgestellt sein werden. Hierin und in nichts Anderm besteht die *Enharmonik*, welche auch für die Praxis eine auf exacter Berechnung beruhende Reinheit der Intonation bedingte und daher mit Recht bei der alten Schule in so hohem Ansehen stand. Die Ausdehnung des zu diesem Zwecke durchgeführten Calcüls wird man schon darin erkennen, dass die conjugirten Reihen, von welchen wir einige Beispiele gegeben, bis zu dem Endgliede $\frac{2592}{1}$, also dem Umfange einer Scala vom viermal unterstrichenen *c* bis zum sechsmal überstrichenen $e^{\wedge}$ haben erweitert werden müssen, um für jedes der drei Tetrachordsysteme (Tonarten im engern Sinne), jede der zwölf Octavengattungen und endlich jeden der funfzehn Tropen (Transpositionen) die ihnen zukommenden chromatischen und enharmonischen Nebenstufen zu bestimmen. Endlich wird noch die Reihe solcher für eine Tonika gewonnenen Stufen mit derselben Reihe ihrer Ober- und Unterdominante in Verbindung gebracht, so dass alsdann durch Summirung der auf diesem „Dreiwege“ sich ergebenden Glieder die vollständigen Grundformen der Octavenleitern griechischen wie gregorianischen Systemes in ihrer wahren Gestalt zur Erscheinung kommen.

Das vom Verfasser wiederholt betonte Princip der „Wechselbeziehung“ bildet in der That sowol die Grundlage als den Schlüssel zum ganzen harmonischen System der alten Schule und ist, wie man erkannt haben wird, durch die gesammte Untersuchung hindurch fest im Auge behalten worden. Die bildlichen, räthselhaften und oft emphatischen Worte, unter welchen sich dasselbe durchgängig in den uns überlieferten Aussprüchen der Alten verhüllt, wurden dem Verfasser zum Fingerzeige, dass hier wol das eigentliche Geheimniss auch der technischen Lösung so mancher bisher ungelöster Widersprüche verborgen liegen möchte. So hat unter andern der Widerspruch, in welchem die Bedeutung der Namen für die Stufen des bereits erwähnten *Systema maximum immutabile* mit ihrer relativen Lage zu stehen scheint, seit langer Zeit den Erklärern viel Kopfbrechens gemacht. Der tiefste Ton der beiden untern Tetrachorde heisst immer „Hypate“, der oberste, höchste; in den beiden oberen Tetrachorden heisst der höchste Ton „Nete“, also eigentlich „der letzte“. Ferner wird in den oberen Tetrachorden der zweite von unten immer der dritte genannt. Die Lösung findet sich einfach darin, dass die Stufenordnung der Scala nach ganzen und halben Tönen ebensowol von oben, als von unten bestimmt worden ist, wodurch dann neben der aufsteigenden Mollreihe *A H c d* u. s. w. absteigend eine nach Unterintervallen vom Tone $\bar{a}$ der *Nete hyperbolaion* aus, oder rationeller, von $\bar{e}$, der *Nete diezeugmenon* gebildete Stufenordnung sich ergab, welche vermöge der Lage des Halbtones an dritter Stelle des Tetrachordes der Durscala entspricht. Die ganze zweioctavige Mollscala des *Systema maximum* erscheint dann ihrerseits wieder als die Umkehrung einer von der Dominante des Paralleltones, also von *g* abwärts geführten Durscala. Der Verfasser bringt hiermit in höchst geistreicher Weise den Begriff dessen, was die Alten „*Antiphonie*“ im engern Sinne nannten, in Verbindung; eine Erklärung, welche insbesondere auch auf die technische Gestaltung des antiken Chorgesanges ein ganz neues Licht werfen dürfte. Hier aber erscheint speciell die Durscala als die nothwendige esoterische Ergänzung der „zwiefach den Bogen spannenden Lyra“ des altgriechischen Tonsystemes.

Die „Mittelstellung“ des dorischen Systemes ist schon daran zu erkennen, dass die Stufenordnung seines Tetrachords auf- und abwärts gelesen dieselbe bleibt, sich also gleichsam selbst *antiphon* ist. Wesentlicher aber wird der „geschlechtslose“, an Dur und Moll participirende Charakter dieser Tonart durch die natürliche Harmonisirung bestimmt. Es weist nämlich die

dorische Leiter (*tonus I greg.*) auf ihrer Tonika und Oberdominante den Molldreiklang, auf der Unterdominante dagegen den Durdreiklang auf. Man wird hierbei an das von Moritz Hauptmann für die moderne Harmonik als eine dritte Tonart aufgestellte Moll-Dursystem *) erinnert, nach welchem, jedoch in umgekehrter Ordnung der Duraccord auf der ersten und fünften Stufe, der Mollaccord aber auf der Unterdominante vorkommt. Beide Fälle vertheilen sich gewissermassen auf zwei Tonarten der dorischen Vierung, welche wir sogleich kennen lernen werden. So hat das *Mixolydische (ton. VII greg.)* den Durdreiklang auf Tonika und Unterdominante, das *Hypodorische (ton. II greg.)* dagegen hat auf letzterer Stufe zwar gleich der Molldurtonart ebenfalls den Molldreiklang, aber streng leitereigen auch auf den beiden andern, wobei freilich von der in dieser plagalischen Tonart häufig vorkommenden chromatischen Erhöhung der Mollterz **) behufs modulatorischer Bewegung abgesehen ist.

Die Eintheilung der zwölf Octavengattungen in drei Gruppen oder „Vierungen" beruht einerseits auf der Lage des diazeuktischen (trennenden) Ganztones und andererseits auf der arithmetischen und harmonischen Theilung der Octave. Eine der drei Hauptformen der Tetrachorde bildet immer die Grundlage einer Gruppe. Nun ist aber der diazeuktische grosse Ganzton des *systema maximum*, und insofern dasselbe aufsteigend der phrygischen Tetrachordordnung zu Grunde liegt, also auch dieser letzteren, der Tonschritt vom *Proslambanomenos* zur *Hypate hypaton*, oder der *Mese* zur *Paramese*, d. i. von *A* zu *H*. Im Lydischen Systeme ist derselbe nach dem oben angedeuteten Gesetze der Umkehrung (Antiphonie) *F G*. Eine ganz besondere Ordnung der Tetrachordnamen weist nun der Verfasser für das *Dorische*, oder genauer für das *Dorisch-Myxolydische* System nach. Dieselbe gründet sich auf die *hypodorische* Doppeloctave vom commatisch erhöhten $A^\wedge$ zu $\bar{a}^\wedge$, deren Proslambanomenos in der Tiefe *g*, in der Höhe $\bar{a}^\wedge$ ist. Die griechische Namenreihe der Tonstufen ist alsdann bei der Mixolydischen Scala, wie gewöhnlich von Unten zu beginnen, bei der Dorischen dagegen in derselben Ordnung von Oben. Der diazeuktische Ton dieses Doppelsystemes $G\ A^\wedge$ liegt sowol oben und unten, als auch in der Mitte. ***) Für die einzelnen Octavengattungen ist es ferner von besonderer Bedeutung, wenn der diazeuktische Ton die Mitte einnimmt. In diesem Falle kann nämlich derselbe ebensowol zu dem oberen als unteren Pentachorde gezogen werden, wodurch entweder die harmonische (plagalische) oder die arithmetische (authentische) Theilung bedingt ist. Hieraus ergeben sich dann zwei Octavengattungen, welche, obwol in ihren Stufen identisch, dennoch in harmonikaler Hinsicht sehr verschieden von einander sind.

Wir haben das System des Verfassers durch die beigegebene Notirung (s. nebenstehende Seite) zu veranschaulichen gesucht und wollen nur noch auf die durch unsere Vierviertelnoten kenntlich gemachten stehenden Saiten hinweisen, welche, als Ruhepunkte im melodischen Gesange der Scalen behandelt, die Verschiedenheit des harmonikalen Charakters derselben besonders rücksichtlich der Cadenzirung in sehr fühlbarer Weise hervortreten lassen. Zur Erklärung der im dorischen Systeme auftretenden enharmonischen Nebenstufen bemerken wir Folgendes. Der diazeuktische Ton dieses Systemes ist nämlich der grosse Ganzton $g\ a^\wedge$, worin die Abweichung von dem *systema maximum*, welches mit dem commatisch tiefern *A* beginnt und also zwischen *g* und *a* einen kleinen Ganzton hat, sich bereits deutlich ausspricht. Die anderen

---

*) Die Lehre von der Harmonik, herausg. von Oskar Paul, Seite 21 und 29. *H.*

**) So z. B. schon bei Cadenzirung in die Grundharmonie der Finalnote (*d*) also der ersten Stufe der zugehörigen authentischen Tonart. In solchen Fällen würde dann die Hauptmann'sche Moll-Durtonart vorübergehend zur Erscheinung kommen. *H.*

***) Das Nähere, nebst ausführlichem Diagramm auf Seite 377 des Werkes.

Phrygisches Tetrachordsystem.

Phrygisch; tonus III. gregor.

Hypophrygisch; ton. IV. gr.

Tetrachord. Tonus diazeucticus. finalis. Pentachord. Tetrachord.

Aeolisch; ton. IX. irregularis.

Hypoaeolisch; ton. X. irreg.

Tetrachord. confinalis. Pentachord. Tetrachord.

Dorisches Tetrachordsystem.

Dorisch; tonus I. gregor.

Hypodorisch; ton. II. greg.

Tetrachord. Tonus diazeucticus. finalis. Pentachord. Tetrachord.

Mixolydisch; ton. VII. greg.

Hypomixolydisch; ton. VIII. gr.

Tetrachord. finalis. Pentachord. Tetrachord.

Lydisches Tetrachordsystem.

Lydisch; ton. V. gregor.

Hypolydisch; ton. VI. greg.

Tonus diazeucticus. Tetrachord. finalis. Pentachord. Tetrachord.

Jonisch; ton. XI. irreg.

Hypojonisch; ton. XII. irreg.

Tetrachord. confinalis. Pentachord. Tetrachord.

enharmonischen Nebenstufen ergeben sich als nothwendige Folge der zu Grunde liegenden Zahlenrationen. Die dorische Tonart bekundet also auch in dieser Beziehung ihre Mittelstellung zwischen der phrygischen und lydischen, welche, wie wir sahen, „auf entgegengesetztem Wege" aus dem *systema maximum* abgeleitet sind. Die Verkennung dieses Verhältnisses und die damit zusammenhängende Vermischung und Vertauschung der Enharmonik mit der Chromatik, deren nach dem berühmten Ephorendecrete schon der Sänger Timotheus beschuldigt wurde, musste die Grundlage des alten Systemes nothwendig immer mehr verrücken und endlich jene heillose Verwirrung in Theorie und Praxis herbeiführen, über welche sich bereits bei Aristoxenos die stärksten Klagen finden.

Man wird anerkennen müssen, dass es dem Verfasser gelungen ist, die von den Alten aufgestellte Dreitheilung der Klangverbindungen nach der Verschiedenheit eines diatonischen, chromatischen und enharmonischen Klanggeschlechtes auf Grundlage ächt pythagorischer Principien wiederherzustellen. Mit derselben streng wissenschaftlichen Folgerichtigkeit werden im engen Zusammenhange mit dieser dreitheiligen Basis die Begriffe der Tonart, der Octavengattungen und der Tropen entwickelt. Hiernach beruht „die Tonart" — „dies Wort in dem Sinne genommen, in welchem auch die moderne Harmonielehre dasselbe freilich nur auf den tongeschlechtlichen Dualismus ihrer melodischen und modulatorischen Formen anzuwenden pflegt" — „auf der gegensätzlichen Scheidung der drei Tonalitäten der Dur- und Moll- und der gleichgewichtlich-neutralen Klangverbindungen der Mitte". Die Octavengattungen erscheinen als „dreimal vier Typen besonderer, innerhalb der Dreiung einer coordinirten Dur- und Moll- und neutralen Tonart durch die Wahl der Tetrachordform und die Lage des diazeuktischen Tonschrittes nach Verschiedenheit der arithmetischen oder harmonischen Theilung der Octave, bedingter Formen der melodischen und modulatorischen Gestaltung." Was endlich die Tropen oder die Versetzung der einzelnen Scalen der Octavengattungen in eine andere Tonlage betrifft, so ergeben sich, entsprechend dem Schema des „Dreiweges", aus welchem, wie wir bereits angedeutet, die exacte Form der Leitern schliesslich hervorging, für die Tonart der *Tonica*, *Ober-* und *Unterdominante* jedes Mal fünf, also im Ganzen funfzehn derartiger Abstufungen.*)

Wir haben hiermit den reichen Inhalt des Werkes, soweit dies überhaupt möglich ist, in engstem Rahmen darzustellen versucht. Wie vieles Wichtige bei diesem Verfahren übergangen werden musste, wird bald entdecken, wer sich dem eingehenden Studium des Buches unterziehen will. Hierzu aufs Angelegentlichste einzuladen und erforderlichen Falles Verständniss und Uebersicht in etwa zu erleichtern, ist ja hauptsächlich dieser Blätter Zweck. Der geehrte Verfasser aber möge daraus einen Beweis mehr für die Lebhaftigkeit des Verlangens entnehmen, mit welchem der verheissenen Fortsetzung seines Werkes entgegengesehen wird.

Zur leichteren Orientirung für die Kritik fassen wir schliesslich den polemischen Theil des Buches nach alter akademischer Sitte in eine Reihe von Thesen zusammen, welche zugleich die Ergebnisse der obigen Ausführungen dem Leser in gedrängter Kürze nochmals vorzuführen bestimmt sind.

---

*) Ein übersichtliches Diagramm der 15 Tropen findet man *Harm. Symbolik*, S. 391.

Zehn Theses.

1) Die Vortragsweise und Terminologie der pythagorischen und der mit ihr verwandten herakleitischen Schule beruht zum grössten Theile auf einer der Zahlentheorie und Harmonik entlehnten Symbolik.

2) Es war Grundsatz der Schule, ihre wichtigsten Lehren, soweit dieselben nicht überhaupt dem Gesetze strenger Geheimhaltung verfielen, in dunkelen und verfänglichen Räthselsprüchen vorzutragen.

3) Mit den Worten: „ἄρτιον“ und „περισσόν“ verbanden die Pythagoräer im Gegensatze zu der vulgären Bedeutung von „grad“ und „ungrad“ esoterisch den Begriff des „Theiligen“ und „Nichttheiligen“, worunter technisch die absteigende Reihe der Aliquotbrüche und die aufsteigende der Ganzzahlen zu verstehen ist.

4) Die universelle Anwendung des Zahlengesetzes der Artios- und Perissosreihe auf alle kosmische Bewegung überhaupt geht aus pythagorischen und herakleitischen Aussprüchen unzweifelhaft hervor. Die Consequenz des Systemes führt zu der Annahme, dass die Berechnung der Tonverhältnisse sowol nach Wellenlängen, als nach Schwingungsmengen; ferner die Erzeugung der Obertöne und gewisse Grundphänomene der Tonerregung durch Mitklingen; endlich auch die Lichtbewegung als Vibration dem Alterthume bekannt gewesen sein müsse.

5) Die Kenntniss und Anwendung der reinen Dur- und Mollterz nach den Verhältnissen $\frac{5}{4}$ und $\frac{6}{5}$ hat die pythagorische Schule niemals entbehrt.

6) Der aus den angeblich aristotelischen Problemen (Sect. 19) hergenommene Beweis, dass die alten Griechen keine andere Mehrstimmigkeit in Gesang und Instrumentalmusik gekannt hätten, als die Octavenverdoppelung, beruht auf mangelhafter Interpretation.

7) Die Auffassung des Aristoteles von der Bedeutung der Zahlenlehre in der pythagorischen Philosophie ist theils unvollständig, theils nicht zutreffend.

8) Aristoxenos ist als directe Quelle für das Verständniss der esoterischen Musiklehre der Pythagoräer schlechthin zu verwerfen.

9) Die Aehnlichkeit des Systems der Pythagoräer mit dem der alten Chinesen, sowie das Zusammentreffen beider mit den wichtigsten Aussprüchen des Buches *J'zirah* und vielen Stellen des alten Testamentes, deuten auf gemeinsamen Ursprung der griechischen, chinesischen und semitischen Lehre.

10) Die Ordnung der zwölf Octavengattungen (*toni*) des gregorianischen Gesanges, nämlich der acht sogenannten *regulares* und der vier *irregulares*, ist mit der als pythagorisch überlieferten identisch.



Druck von F. A. Brockhaus in Leipzig.

Druck von F. A. Brockhaus in Leipzig.